

## Глава 4

# Модуляция

### В этой главе...

*Поясняется отличие между амплитудной и угловой модуляцией. Разновидностями угловой модуляции являются фазовая и частотная модуляция. Фазовая модуляция распространена намного меньше других видов модуляции, поэтому в этой главе речь пойдет преимущественно об амплитудной и частотной модуляциях.*

*Представлен детальный анализ амплитудной модуляции, даны сведения о ее основных параметрах во временной и частотной областях. По ходу объяснения материала введено понятие о глубине модуляции. Раскрыто влияние глубины модуляции на помехоустойчивость системы и распределение мощности сигнала между несущей и остальными частотами. Подробно описаны нелинейные и линейные методы амплитудной модуляции и методика использования диодного детектора (когерентный метод приема) для демодуляции сигнала. Также вы познакомитесь с такими видами амплитудной модуляции, как модуляция с подавлением несущей и модуляция с одной боковой полосой частот. Приведено математическое описание частотной модуляции сигнала и введено понятие коэффициента модуляции. Спектр частотно модулированного сигнала теоретически бесконечен, как показано в этой главе. Для практического определения конечной полосы частот спектра при известном коэффициенте модуляции используются функции Бесселя. Кроме того, для определения приблизительного диапазона частот сигнала можно использовать правило Карсона.*

*Вводится понятие узкополосной частотной модуляции, которая противопоставляется амплитудной и частотной модуляции. Для иллюстрации методики многоканального функционирования одной линии передачи приведен пример мультиплексирования с разделением по частоте. Поясняется понятие порогового эффекта.*

*Рассмотрена демодуляция сигналов, сопровождаемых шумами, и оценено отношение сигнал/шум на выходе системы. Для определения шумовых характеристик и требований к полосе частот системы сравниваются различные методы модуляции, а также проводится их сравнение с эквивалентной немодулированной передачей информации.*

## 4.1. Амплитудная модуляция

**Модуляцией (modulation)** может быть назван процесс наложения информации, которая имеет вид **сигнала сообщения**, или **информационного сигнала (message signal)**,  $m(t)$ , на другой сигнал с более высокой частотой, которая называется **несущей (carrier)**. Основным назначением модуляции является преобразование или перенос сигнала из области низких частот в область более высоких для передачи с помощью радиосвязи или многоканальных кабельных линий. Последние могут иметь металлическое или оптоволоконное исполнение, каждый канал в них работает в заданной полосе частот, и для исключения взаимных помех полосы каналов не должны перекрываться.

Сигнал несущей частоты — в предположении, что он синусоидальный, — может быть представлен в виде гармонического колебания:

$$g(t) = A \sin(\omega t + \phi), \quad (4.1)$$

где  $\omega$  — угловая частота;  $\phi$  — произвольная начальная фаза.

При **амплитудной модуляции (amplitude modulation — АМ)** амплитуда  $A$  модулируется (изменяется) в соответствии с передаваемым низкочастотным (модулирующим) сигналом. Выражение (4.1) можно также записать в другом виде:

$$g(t) = A \sin \theta(t), \quad (4.2)$$

где  $\theta(t)$  представляет собой угол и является функцией времени. Сравнивая представления (4.1) и (4.2), получим:

$$\theta(t) = \omega t + \phi \quad (4.3)$$

Угловая функция  $\theta(t)$  так же, как и амплитуда несущей частоты, может быть модулирована — этот вид модуляции называется **угловой модуляцией (angle modulation)**. Угловая модуляция может быть реализована двумя путями: с помощью **фазовой модуляции (phase modulation — РМ)**, когда фаза  $\phi$  изменяется в соответствии с изменением амплитуды **модулирующего сигнала (modulating signal)**, и **частотной модуляции (frequency modulation — FM)**, когда частота несущей изменяется пропорционально амплитуде модулирующего сигнала.

Амплитудную модуляцию легко выразить математически:

$$g(t) = \left(1 + \frac{V_m}{V_n} \sin \omega_m t\right) V_n \sin \omega_n t, \quad (4.4)$$

где  $V_n \sin \omega_n t$  — несущий гармонический сигнал, на который накладывается модулирующий сигнал  $V_m \sin \omega_m t$ . С помощью тригонометрических преобразований несложно выразить записанное выше произведение в виде двух синусоид:

$$g(t) = V_n \sin \omega_n t + \frac{V_m}{2} \cos(\omega_n - \omega_m)t - \frac{V_m}{2} \cos(\omega_n + \omega_m)t \quad (4.5)$$

Уравнение (4.5) содержит синусоидальную компоненту  $V_n \sin \omega_n t$ , которая представляет собой немодулированную несущую. К ней добавляются суммарная и разностная компоненты:  $V_m \cos(\omega_n + \omega_m)t$  и  $V_m \cos(\omega_n - \omega_m)t$ , которые называются **верхней (upper)** и **нижней (lower) боковыми частотами (side frequencies)**. Если нарисовать двухсторонний спектр модулированного сигнала, то эти боковые составляющие будут выглядеть как две синусоиды, расположенные на частотах  $\pm(\omega_n \pm \omega_m)$ . Полученный же сигнал называется **амплитудно-модулированным (full AM)**. Его спектр, показанный на рис. 4.1, эквивалентен свертке составляющих  $\omega_n$  и  $\omega_m$ .

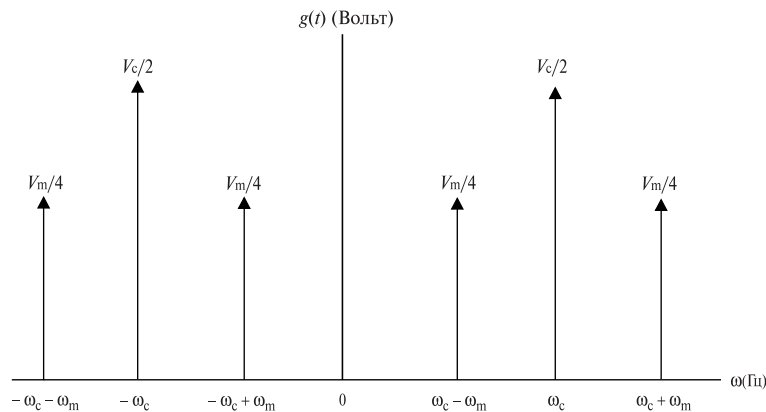


Рис. 4.1. Спектр амплитудно-модулированного сигнала

На практике модулирующий сигнал, как правило, представляет собой достаточно сложную функцию и, следовательно, содержит диапазон частот, которые называют общим термином “полоса частот” (band). В этой частоте и содержится исходная информация. Принято показывать, что амплитудно-модулированный сигнал включает в себя **модулирующий сигнал (baseband signal)**, как сделано ниже на рис. 4.2. Наивысшая частота  $f_v$  называется частотой среза информационного сигнала.

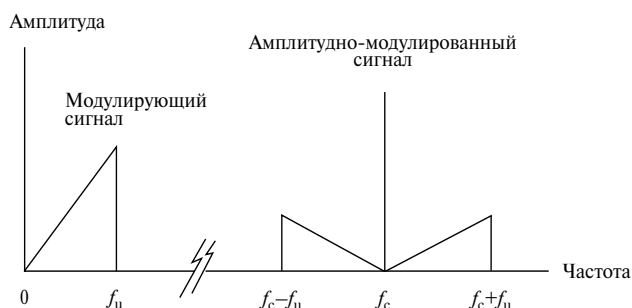


Рис. 4.2. Спектр амплитудно-модулированного сигнала (фактический вид)

Можно видеть, что полоса частот амплитудно-модулированного сигнала в два раза шире, чем полоса частот самого модулирующего сигнала. Для того чтобы избежать наложения спектров, о котором шла речь в главе 2, необходимо, чтобы информационный сигнал, который накладывается на несущую, лежал в области значительно более низких частот, чем частота несущей. Из рис. 4.1 можно заключить, что для полного исключения возможного наложения положительных и отрицательных частот необходимо выполнить условие  $\omega_n \geq 2\omega_m$ .

#### Задание для самопроверки 4.1

Телефонный речевой сигнал имеет полосу частот от 300 до 3400 Гц и используется для модуляции несущей, частота которой равна 120 кГц. Нарисуйте двухсторонний спектр модулированного сигнала.

Прежде чем приступить к изучению представления амплитудно-модулированного сигнала во временной области, рассмотрим векторную диаграмму функции  $g(t)$ , изображенную на рис. 4.3.

Во временной области сигнал можно представить в виде синусоиды с угловой скоростью, пропорциональной скорости частоты несущей. Мгновенное значение амплитуды синусоиды изменяется в диапазоне  $V_m \pm V_n$ . Благодаря такому изменению амплитуды этот способ модуляции и получил свое название. График функции  $g(t)$  во временной области изображен на рис. 4.4.

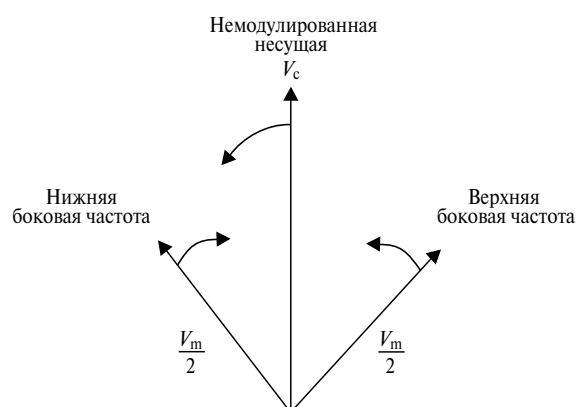


Рис. 4.3. Векторная диаграмма амплитудно-модулированного сигнала

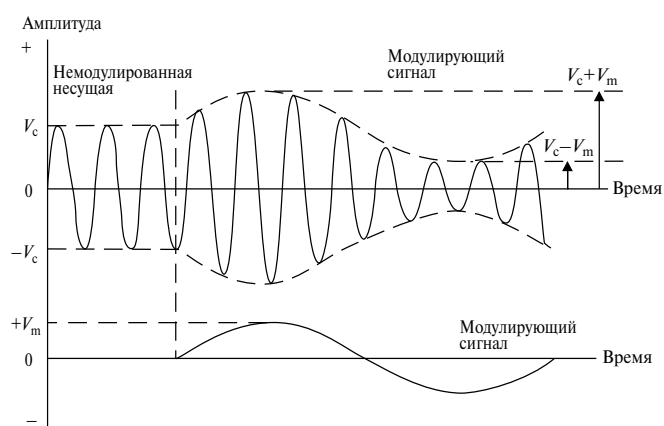


Рис. 4.4. Представление амплитудно-модулированного сигнала во временной области

Отношение  $V_M / V_H$  называется **глубиной модуляции (modulation depth)** и обозначается латинской буквой  $m$ :

$$m = \frac{V_M}{V_H} \quad (4.6)$$

Выражение (4.6) можно подставить в уравнение (4.4) и получить другое, более общее выражение для амплитудно-модулированного сигнала:

$$g(t) = (1 + m \sin \omega_M t) V_H \sin \omega_H t \quad (4.7)$$

#### Пример 4.1

Амплитудно-модулированный сигнал описывается математической функцией

$$e = 5(1 + 0,5 \cos 3140t) \sin 2\pi 10^5 t, \text{ В}$$

Определите:

- а) глубину модуляции;
- б) частоту модулирующего сигнала;
- в) несущую частоту;
- г) максимальную величину мгновенного значения амплитуды модулированного сигнала.

#### Решение

Из приведенного выражения для модулированного сигнала видно, что

$$V_H = 5 \text{ В}$$

и несущая определяется слагаемым  $5 \sin 2\pi 10^5 t$ . Кроме того,

$$\frac{V_M}{V_H} \sin \omega_M t = 0,5 \cos 3140t, \text{ В}$$

а) Очевидно, что  $m = 0,5$  и

б)  $\omega_M = 3140$ .

Откуда

$$f_M = \frac{3140}{2\pi} = 500 \text{ Гц}$$

в)  $\omega_n = 2\pi 10^5$ .

Откуда

$$f_n = \frac{2\pi 10^5}{2\pi} = 100 \text{ кГц}$$

г)  $\frac{V_m}{V_n} = 0,5$ .

Следовательно,

$$V_m = 0,5V_n = 0,5 \times 5 \text{ В} = 2,5 \text{ В}$$

И, наконец, максимальное мгновенное значение амплитуды модулированного сигнала равно  $V_n + V_m$ :

$$5 \times 2,5 \text{ В} = 7,5 \text{ В}$$

Чем больше амплитуда модулирующего сигнала тем больше разность между максимальным и минимальным уровнями огибающей амплитудно-модулированного сигнала, или глубина модуляции. Важно найти оптимальную величину глубины модуляции. Если значение  $m$  будет слишком низким, скажем, менее 0,1 (это значит, что амплитуда сигнала-сообщения мала), то полезный сигнал может быть заметно искажен шумами. Прием амплитудно-модулированного сигнала и восстановление исходной информации из огибающей при этом будут затруднены наличием посторонних помех, что приведет к ухудшению отношения сигнал/шум. С другой стороны, если  $m$  будет слишком большим, то в отрицательный полупериод модулирующего сигнала огибающая может опуститься вплоть до оси абсцисс, касаясь ее. При дальнейшем увеличении амплитуды модулирующего сигнала форма амплитудно-модулированного сигнала искажается до такой степени, что демодулированный сигнал не соответствует исходной передаваемой информации. Кроме того, при больших значениях  $m$  минимальное значение амплитуды модулированного сигнала значительно уменьшается, и шумы снова могут ухудшать качество приема.

В практических амплитудных модуляторах всегда существует ограничение уровня модулирующего сигнала для заданной несущей, что позволяет избежать искажений и чрезмерного влияния шумов. Выполнение описанных требований весьма затруднительно, если сигнал имеет большой динамический диапазон. Обычно стараются, чтобы глубина модуляции 99 % времени

лежала в интервале от 0,2 до 0,8, что гарантирует удовлетворительное качество передачи.

Уравнение (4.6) может быть приведено к уравнению (4.8), которое удобно для практического определения значения  $m$  по оциллограмме амплитудно-модулированного сигнала:

$$m = \frac{(\text{максимум} - \text{минимум}) \text{ амплитуды огибающей}}{(\text{максимум} + \text{минимум}) \text{ амплитуды огибающей}} = \quad (4.8)$$

$$= \frac{(V_n + V_m) - (V_n - V_m)}{(V_n + V_m) + (V_n - V_m)} \quad (4.9)$$

#### Задание для самопроверки 4.2

Максимум огибающей амплитудно-модулированного сигнала имеет амплитуду 14 В, а минимум — 6 В. Определите:

- а) глубину модуляции;
- б) амплитуду несущей;
- в) амплитуду модулирующего сигнала.

Рассмотрим мощность, которую выделяет модулированный сигнал в нагрузочном сопротивлении  $R$ :

$$\text{Мощность в нагрузке} = \frac{V^2}{R}, \quad (4.10)$$

$$\text{Мощность несущей } P_n = \frac{V_c^2}{R} \quad (4.11)$$

Из уравнения (4.6) следует, что

$$V_m = mV_n \quad (4.12)$$

Следовательно, мощность, выделяемая в нагрузке боковыми частотами, равна

$$\frac{(mV_n/2)^2}{R} = \quad (4.13)$$

$$= \frac{m^2 V_n^2}{4R} = \quad (4.14)$$



$$= \frac{m^2}{4} P_n \quad (4.15)$$

Определим полную мощность модулированного сигнала, выделяющуюся на нагрузке:

$$P = \frac{V_n^2}{R} \left( 1 + 2 \frac{m^2}{4} \right) = \quad (4.16)$$

$$= \frac{V_n^2}{R} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right) \quad (4.17)$$

Отношение мощности боковых частот к полной мощности модулированного сигнала равно

$$\frac{2m^2 V_n^2 / 4R}{\frac{V_n^2}{R} \left( 1 + \frac{m^2}{2} \right)} = \quad (4.18)$$

$$= \frac{m^2}{2 + m^2} \quad (4.19)$$

Можно записать следующее выражение для отношения мощности несущей к полной мощности сигнала:

$$\frac{P_n}{P} = \frac{2}{2 + m^2} \quad (4.20)$$

Из последнего уравнения видно, что значительная часть полной мощности сигнала, выделяемой на нагрузке, — до двух ее третей — приходится на несущую частоту. Эта энергия передатчика является в данном случае бесполезной и расходуется зря, что особенно важно в задачах, требующих больших мощностей, как, например, телевизионное вещание. Это свойство амплитудной модуляции является ее основным недостатком.

#### **Задание для самопроверки 4.3**

Определите процентное соотношение мощностей боковых частот и несущей, которые выделяются в нагрузочном сопротивлении для всех значений  $m$  от 0 до 1 с шагом 0,1. Нарисуйте полученные результаты в виде графической зависимости от величины глубины модуляции.

Амплитудная модуляция осуществляется с помощью электронного умножителя или смесителя частоты. Хотя принцип работы этих устройств различен, но они обеспечивают необходимый эффект умножения амплитуд  $V_n$  и  $V_m$  в соответствии с формулой (4.4).

#### 4.1.1. Нелинейная модуляция

Для суммирования несущей и модулирующего сигнала применяется нелинейная модуляция. Результирующий сигнал затем растягивается достаточно широко в соответствии с передаточной функцией устройства, например усилителя, для того, чтобы гарантировать работу именно в нелинейном диапазоне. Весь этот процесс носит название **смешения сигналов (mixing)**. Передаточная функция устройства (т.е. зависимость выходного сигнала от входного), работающего в нелинейном режиме, в общем случае описывается следующим образом:

$$V_{\text{вых}} = k + aV_{\text{вх}} + bV_{\text{вх}}^2 + cV_{\text{вх}}^3 + \dots, \quad (4.21)$$

где  $V_{\text{вых}}$  и  $V_{\text{вх}}$  представляют собой напряжения на выходе и входе устройства.

Теперь, предположим, что напряжение  $V_{\text{вх}}$  является суммой несущего и модулирующего сигнала:

$$V_{\text{вх}} = V_m \sin \omega_m t + V_n \sin \omega_n t \quad (4.22)$$

Подставив уравнение (4.22) в формулу (4.21), получим:

$$V_{\text{вых}} = k + a(V_m \sin \omega_m t + V_n \sin \omega_n t) + b(V_m \sin \omega_m t + V_n \sin \omega_n t)^2. \quad (4.23)$$

Формула (4.23) содержит следующие члены:

$$aV_n \sin \omega_n t + bV_m V_n (\cos(\omega_n - \omega_m)t - \cos(\omega_n + \omega_m)t)^2, \quad (4.24)$$

в которых нетрудно распознать математическое представление амплитудно-модулированного сигнала. Все остальные компоненты выражения (4.23) (содержащие частоту модулирующего сигнала и частоты кратных гармоник несущей) могут быть отсечены с помощью соответствующих фильтров. Часто говорят, что амплитудные модуляторы работают по **квадратичному закону (square law)**, так как при формировании амплитудно-модулированного сигнала используется квадратичная составляющая передаточной характеристики (см. формулу (4.23)).

Основным недостатком нелинейной модуляции является то, что на практике работа модуляторов не идеальна, например, вследствие не совсем качественной фильтрации, что приводит к нелинейности, т.е. к искажению модулированного сигнала. Как правило, положительный и отрицательный полупериоды модулированного сигнала не симметричны.

### 4.1.2. Линейная модуляция

Если необходимо получить модулированный сигнал большой мощности, например для использования в радиовещательных передатчиках и с хорошими линейными характеристиками, то для уменьшения искажений необходимо использовать **линейную модуляцию (linear modulation)**. Процесс модуляции основан на использовании линейных свойств передаточной функции устройства; типовая схема линейного модулятора изображена на рис. 4.5.

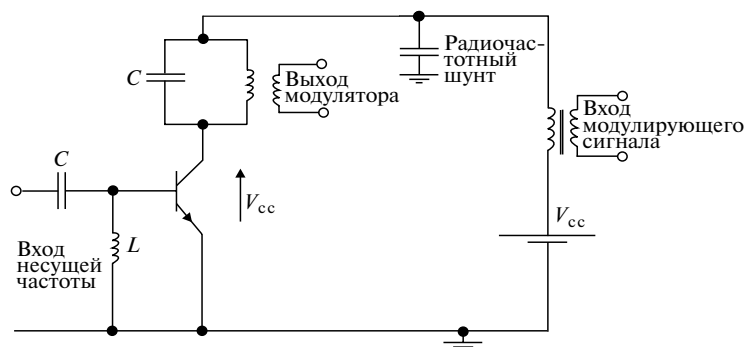


Рис. 4.5. Линейный модулятор

В электронной схеме модулятора применяется транзисторный усилитель с общим эмиттером, на который подается смещение в режиме класса С, т.е. транзистор работает в режиме отсечки (смещение базы на рисунке не показано). Параллельная LC нагрузка, настроенная на частоту несущей и потому чисто резистивная, служит для формирования на нагрузке переменного тока. На рис. 4.6 видно, что нагрузочная кривая расположена под постоянным наклоном. На вход схемы подается несущее напряжение достаточно большой постоянной амплитуды, чтобы перебросить транзистор из режима отсечки в режим насыщения один раз за период — в точке, где  $V_{кз}$  опускается до

минимума. При этом на коллекторе происходит всплеск тока на частоте несущей. Настраиваемый резонансный  $LC$ -контур служит для отфильтровывания частотных компонент, отдаленных от несущей частоты; его применение позволяет получить на выходе напряжение, которое в отсутствие модуляции представляет собой синусоиду. Следует помнить о том, что усилитель с общим эмиттером инвертирует входное напряжение.

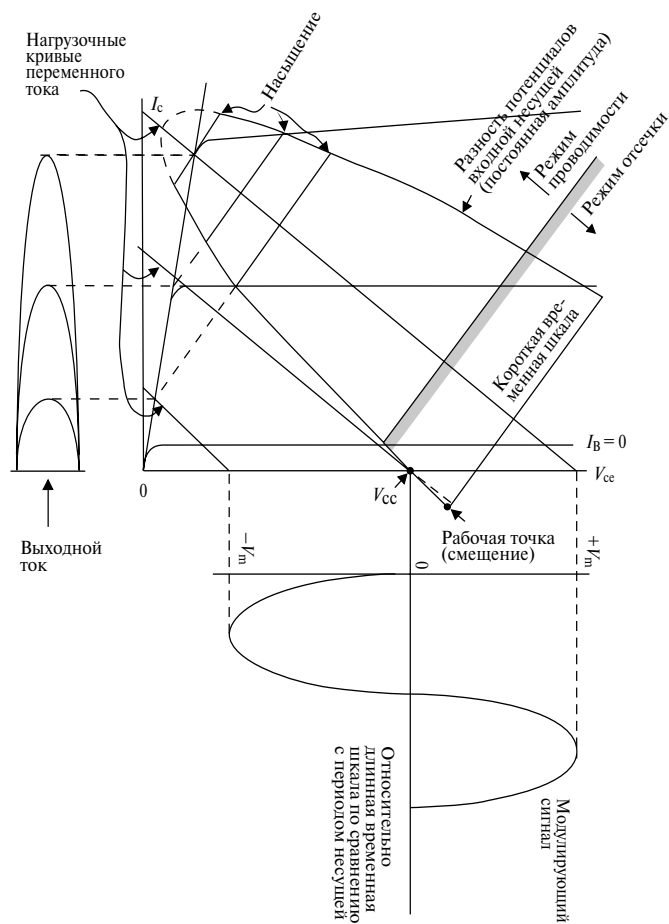


Рис. 4.6. Выходная характеристика транзистора

Модулирующий сигнал  $V_M$  складывается с напряжением источника питания усилителя  $V_{cc}$  (отсюда и название схемы: усилитель модулированной мощности) и плавно (по сравнению со скоростью изменения амплитуды несущей) растягивает нагрузочную линию в соответствии с выходной характеристикой усилителя. Это приводит к модуляции амплитуды тока коллектора  $I_K$  и, следовательно, выходного напряжения  $V_{кэ}$ , которое можно записать как

$$V_{кэ} = (V_{cc} + V_M) - V_{кэ_{\min}}, \quad (4.25)$$

где  $V_{кэ_{\min}}$  — низшая величина напряжения коллектор-эмиттер, которая, как указывалось выше, достигается на каждом положительном полупериоде несущей для всех значений напряжения  $V_M$ . При условии, что низшая кривая *линейна* и проходит через начало выходной характеристики устройства, можно написать:

$$V_{кэ_{\min}} \propto (V_{cc} + V_M) \quad (4.26)$$

То есть

$$V_{кэ_{\min}} = k(V_{cc} + V_M), \quad (4.27)$$

где  $k$  — коэффициент пропорциональности, значение которого зависит от параметров схемы.

Подставляя теперь уравнение (4.27) в (4.25), получим

$$V_{кэ} = (V_{cc} + V_M) - k(V_{cc} + V_M) = \quad (4.28)$$

$$= V_{cc} + V_M - kV_{cc} - kV_M = \quad (4.29)$$

$$= (V_{cc} + V_M)(1 - k) \quad (4.30)$$

Выходная характеристика схемы представляет собой сигнал переменного тока на несущей частоте, огибающая которого определяется формулой (4.30). График этой характеристики изображен на рис. 4.7, откуда видно, что амплитудно-модулированный сигнал на выходе модулятора похож на сигнал, показанный на рис. 4.4. Схема, описанная здесь, формирует сигнал с приемлемыми минимальными искажениями, а коэффициент полезного действия усилителя достигает примерно 80%.

### 4.1.3. Демодуляция амплитудно-модулированных сигналов

Если умножить амплитудно-модулированный сигнал на его составляющую несущей частоты, то часть полученных спектральных составляющих будет содержать исходный информационный сигнал  $m(t)$ . Одним из способов подобного перемножения является применение устройства с квадратичной характеристикой. Наличие квадратичной составляющей передаточной функции приводит к перемножению компоненты несущей частоты с соответствующей компонентой модулированного сигнала. В результате появляется немодулированная компонента. Обратите внимание, что, в отличие от других видов модуляции, частоте не требуется никаких компонент модулирующего сигнала, кроме компоненты несущей.

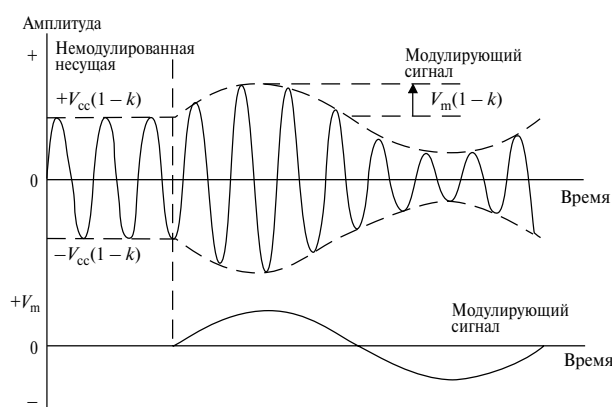


Рис. 4.7. Выходной сигнал усилителя модулированной мощности

Наиболее часто для демодуляции слабых амплитудно-модулированных сигналов в качестве устройства с квадратичной передаточной характеристикой используется полупроводниковый диод. В этом случае диод работает в режиме малых токов, т.е. все время остается в открытом состоянии.

На рис. 4.8 показана схема, которая используется для реализации другого метода демодуляции амплитудно-модулированных сигналов. В этом случае диод работает в режиме больших токов. Входное напряжение растягивается в соответствии с передаточной функцией таким образом, что диод начинает непрерывно

переключаться из проводящего состояния в непроводящее, и наоборот. Схема реагирует на огибающую (образованную положительными или отрицательными полупериодами, в зависимости от включения диода) принятого сигнала и поэтому носит название **детектора огибающей (envelope detector)**.

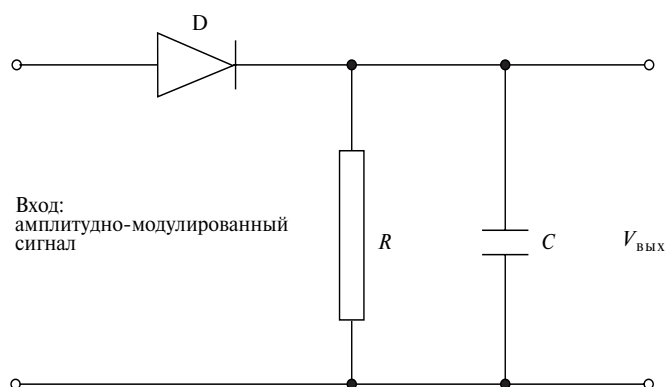


Рис. 4.8. Диодный детектор

Опишем работу такой схемы, считая для упрощения, что диод идеальный и его сопротивление бесконечно в режиме отсечки и равно нулю в открытом состоянии. В течение положительного полупериода напряжения модулированного сигнала диод открыт, и напряжение  $V_k$  на конденсаторе равняется  $V_{вх}$ . Постоянная времени  $RC$  специально подбирается достаточно большой по сравнению с периодом модулированного сигнала. Когда напряжение на входе схемы начинает падать, конденсатор не может разрядиться через закрытый диод, а благодаря большой величине постоянной времени напряжение на нем не может повторять форму входного напряжения. В результате конденсатор сравнительно медленно разряжается через сопротивление  $R$ . График напряжения  $V_{вых}$  изображен на рис. 4.9.

Результатом последующей низкочастотной фильтрации, которая убирает высокочастотную рябь, является демодулированный (восстановленный) сигнал. Его форма с большой степенью точности повторяет форму огибающей, которая фактически эквивалентна модулирующему сигналу. Однако, если постоянная времени выбрана слишком большой, мы столкнемся с явлением, которое называется **срезанием отрицательных пиков (negative peak clipping)** и приводит к искажениям сигнала (рис. 4.10).

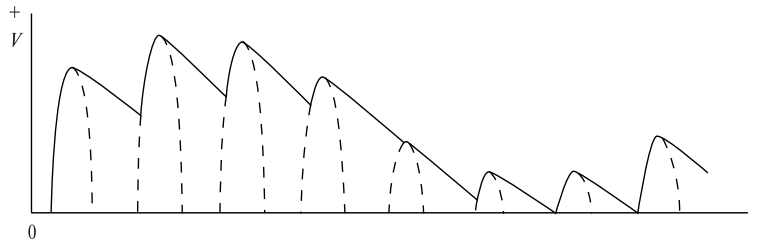


Рис. 4.9. Напряжение на выходе диодного детектора

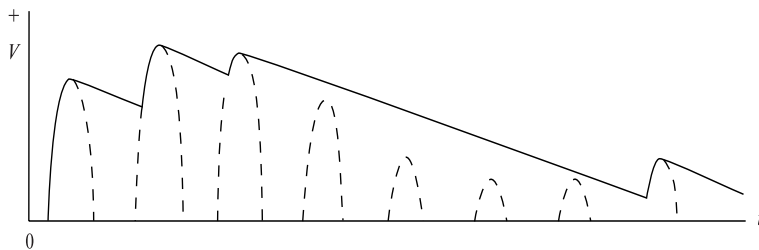


Рис. 4.10. Срезание отрицательных пиков

Значение постоянной времени, необходимое для нормальной работы демодулятора, зависит от скорости изменения формы огибающей принятого сигнала. Эта скорость, в свою очередь, определяется глубиной модуляции  $m$  и частотой модулирующего сигнала. Коннор<sup>1</sup> показал, что величина этой постоянной в идеальном случае должна равняться<sup>2</sup>

$$RC \leq \frac{\sqrt{1-m^2}}{m\omega_m} \quad (4.31)$$

Это соотношение в целом справедливо для небольших значений  $m$ .

<sup>1</sup> Connor, F.R., Modulation, 2nd edn, Edward Arnold, 1982, pp. 80-81. ISBN 0-7131-3457-7.

<sup>2</sup> В отечественной литературе неравенство (4.31) называется условием безынерционности детектора. Условие это было известно задолго до Коннора (см., например, [Радиоприемные устройства. — Под ред. Н.В.Боброва. Учебное пособие для вузов. — М. Сов. радио, 1971]. — Прим. ред.



**Задание для самопроверки 4.4**

Несущая с амплитудой 5 В модулируется сигналом с амплитудой 2 В и частотой 4 кГц. Оцените подходящее значение емкости конденсатора в схеме диодного детектора, если известно, что сопротивление резистора выбрано 10 кОм.

### 4.1.4. Балансная модуляция

Амплитудная модуляция привлекательна прежде всего своей простотой и, следовательно, дешевой, которую обеспечивает использование в приемнике диодного детектора. Однако большая доля передаваемой мощности приходится на несущую частоту, т.е. расходуется зря, так как несущая сама по себе не несет полезной информации. По этой причине были разработаны другие виды амплитудной модуляции. В одном из них используется **балансный (balanced)** модулятор; такая модуляция характеризуется полным подавлением несущей и наличием в спектре только боковых частот. Передача с помощью балансной модуляции получила название передачи **с двумя боковыми и подавлением несущей (double sideband suppressed carrier — DSBSC)**.

Один из методов осуществления этого вида АМ заключается в использовании модулятора Коуэна (Cowan), схема которого приведена на рис. 4.11. В течение одного полупериода несущей в точке А схемы создается положительное напряжение, а в точке В — отрицательное, что приводит к смещению всех четырех диодов. При этом обмотки двух трансформаторов, подключенных к диодному мосту, замыкаются накоротко, и на выходе мы получаем нулевое напряжение. В течение второго полупериода диоды смещаются в обратном направлении, т.е. закрываются; диодный мост размыкается, и модулирующий сигнал проходит на выход схемы. Выходной сигнал эквивалентен произведению модулирующего сигнала на положительный период высокочастотной несущей, как показано на рис. 4.11б.

Для того чтобы проанализировать работу модулятора Коуэна, рассмотрим умножение модулирующего сигнала на несущую, которая представляется в виде разложения в ряд Фурье:

$$g(t) = kV_m \cos \omega_m t \left[ \frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \left( \sin \omega_n t + \frac{1}{3} \sin 3\omega_n t + \dots \right) \right] \quad (4.32)$$

$$= \frac{kV_m \cos \omega_m t}{2} + \frac{kV_m}{\pi} [\sin(\omega_n - \omega_m)t + \sin(\omega_n + \omega_m)t] + \dots, \quad (4.33)$$

где  $k$  — постоянная схемы.

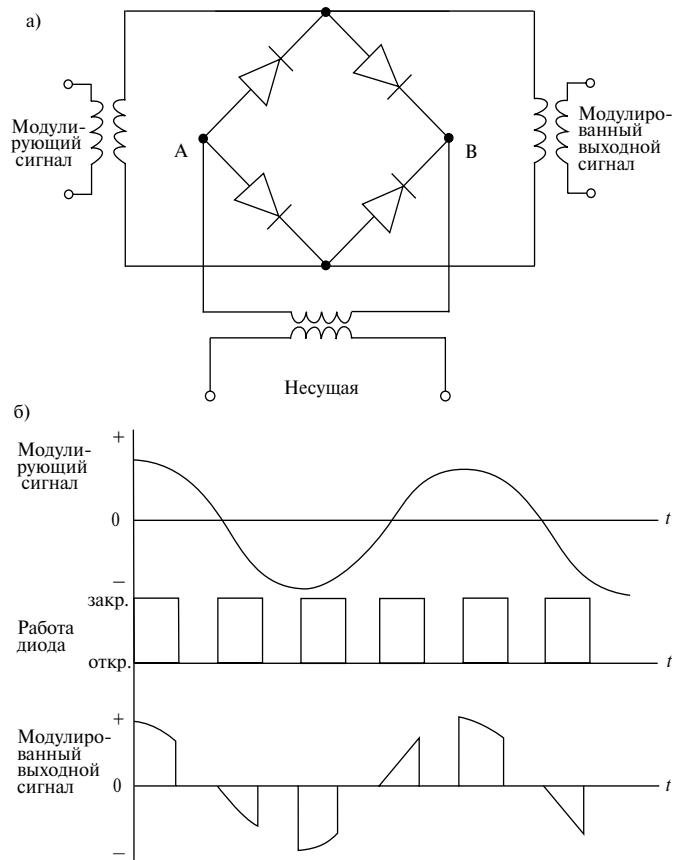


Рис. 4.11. Модулятор Коузена: (а) электрическая схема; (б) выходная функция

Уравнение (4.33) содержит исходный сигнал, составляющие верхней и нижней боковых частот, которые и представляют сигнал с подавлением несущей, а также частотные компоненты высших порядков с центрами на частотах нечетных

гармоник, кратных частоте  $\omega_n$ . Как видно, в полученной функции отсутствует компонента с частотой несущей. После полосовой фильтрации в спектре сигнала остаются только требуемые частотные компоненты, все остальные подавлены.

На рис. 4.12 показан еще один тип модулятора — так называемый кольцевой модулятор, состоящий из тех же четырех диодов, но соединенных в виде кольца. В зависимости от полуволны несущей, в каждый момент времени открыта только одна пара диодов: например, D1 и D2 открыты, а D3 и D4 в этот момент закрыты, и наоборот. В результате сигнал на выходе равен либо положительному мгновенному значению модулирующего сигнала, если открыты диоды D1 и D2, либо отрицательному, если открыты D3 и D4 (рис. 4.12(б)). Схема с кольцевым расположением диодов работает как переключатель полярности с частотой переключения, равной частоте несущей. Анализ работы такого модулятора аналогичен анализу схемы Коуэна, но несущий сигнал здесь является биполярным, а не унipoлярным, как в схеме Коуэна. Мы опять получаем сигнал с двумя спектральными составляющими и подавлением несущей, но теперь, вследствие биполярности несущей, энергия его в два раза больше.

#### **Задание для самопроверки 4.5**

Проведите математическое исследование работы кольцевого модулятора и получите выражение модулированного сигнала на выходе схемы.

Детектор огибающей не может восстановить исходный сигнал из DSBSC-сигнала (с двумя боковыми и подавлением несущей), полученного при использовании диодного детектора, потому что, как это видно из рис. 4.11(б) и 4.12(б), огибающая имеет неподходящую форму. Поэтому прием осуществляется с помощью балансного модулятора другого типа. Принятый модулированный сигнал умножается на сигнал-версию исходного несущего сигнала, который должен быть точно сфазирован в соответствии с принятым DSBSC-сигналом. Такой метод демодуляции называется **когерентным детектированием (coherent detection)**. Для получения несущего сигнала в приемнике имеются два способа.

1. Передача несущей по отдельному каналу.
2. Формирование передатчиком **пилот-сигнала (pilot carrier)** на частоте несущей уменьшенной амплитуды<sup>3</sup>. Это сохраняет

<sup>3</sup> Амплитуда пилот-сигнала обычно составляет примерно 10% от амплитуды несущего колебания. — Прим. ред.

значительную часть энергии по сравнению с обычной АМ, и нет нужды в дополнительном канале, как в первом способе.

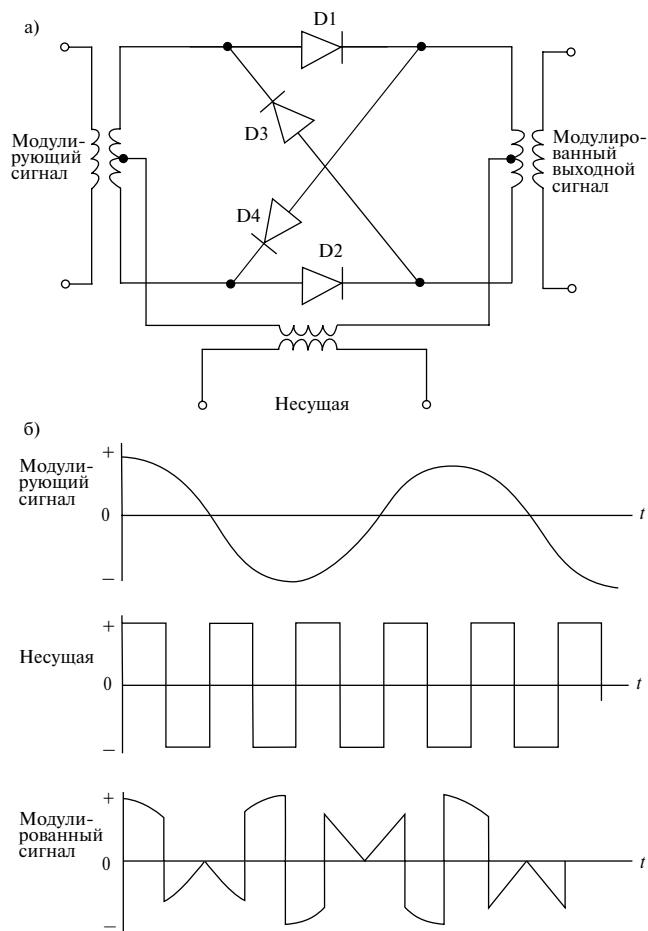


Рис. 4.12. Кольцевой модулятор: (а) электрическая схема; (б) выходная функция

Качество приема ухудшается, если фаза несущей приемника “плывет”. Рассмотрим когерентное детектирование сигнала с двумя боковыми и подавлением несущей при использовании точной частоты, но произвольной фазы  $\phi$ , как показано на рис. 4.13.

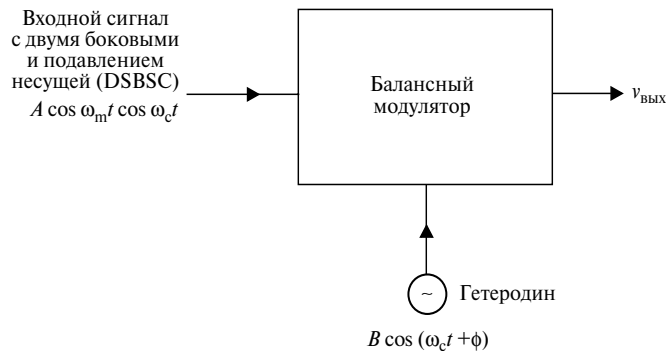


Рис. 4.13. Когерентное детектирование

$$v_{\text{вых}} = AB \cos \omega_m t \cos \omega_c t \cos(\omega_c t + \phi) = \quad (4.34)$$

$$= c/2 \cos \omega_m t [\cos(\omega_c t - \omega_c t - \phi) + \cos(\omega_c t + \omega_c t + \phi)] = \quad (4.35)$$

$$= c/2 \cos \omega_m t [\cos \phi + \cos(2\omega_c t + \phi)] = \quad (4.36)$$

$$= c/2 \cos \omega_m t \cos \phi + c/2 \cos \omega_m t \cos(2\omega_c t + \phi), \quad (4.37)$$

где  $c$  — постоянная.

Из формулы (4.37) видно, что первое слагаемое выражения представляет собой нужный демодулированный сигнал, умноженный на  $\cos \phi$ . Кроме него в полученном выражении присутствует пара боковых гармоник с центром на удвоенной частоте несущей. Они могут быть легко удалены при помощи низкочастотного фильтра. Амплитуда демодулированного сигнала уменьшается с увеличением фазы несущей и при  $\phi = 90^\circ$  превращается в ноль, что делает невозможным прием сигнала. Конечно, в реальных системах когерентного детектирования необходимо обеспечить соответствующую фазу несущей.

Следует отметить, что каждая боковая амплитудно-модулированного сигнала несет полную информацию об исходном модулирующем сигнале. Значит, можно достичь удовлетворительного приема, работая с **одной боковой (single sideband — SSB)**. При этом уменьшается полоса частот и потенциально удваивается информационная емкость канала в заданной полосе, а также уменьшается расход передаваемой энергии. Один из методов, используемых для организации связи на одной боковой частоте,

заключается в том, что с помощью балансного модулятора сначала получают сигнал с двумя боковыми и подавлением несущей (DSBSC), а затем отфильтровывают одну из них. Связь только на одной боковой частоте тоже требует использования в приемнике когерентного детектора. Анализ влияния сдвига фаз несущей  $\phi$  в приемнике<sup>1</sup> при работе с SSB-сигналами несколько отличается от анализа для случая DSBSC-сигналов: теперь он не влияет на амплитуду демодулированного сигнала. Последний демодулированный сигнал можно записать в следующем виде:

$$v_{\text{вых}}(t) = V_m \sin(\omega_m t + \phi), \quad (4.38)$$

откуда видно степень влияния сдвига фаз. Теперь этот сдвиг эквивалентен дополнительной временной задержке при передаче и называется **фазовой задержкой  $\phi$  (phase delay)**. Если значение  $\phi$  невелико, то им вполне можно пренебречь, например, в аудиосистемах; однако в некоторых телевизионных и коммуникационных системах сдвиг фаз может дать негативный эффект.

## 4.2. Угловая модуляция

Вместо модуляции амплитуды можно использовать модуляцию фазы несущей с помощью сигнала-сообщения. Полученный модулированный сигнал, в отличие от АМ, где амплитуда является переносчиком информации, имеет постоянную амплитуду. Поэтому угловая модуляция, а особенно ЧМ (частотная модуляция), имеет преимущество перед АМ в отношении помехозащищенности, ведь шумы приводят к случайному изменению амплитуды. В данном случае такого изменения амплитуды можно избежать, ограничив ее перед демодуляцией. В качестве примера можно привести такой факт: всем известно, что статические помехи сильнее проявляются при приеме радиосигналов с амплитудной модуляцией. Прием ЧМ-сигналов, как правило, гораздо меньше подвержен воздействию амплитудных помех.

Угловую модуляцию можно описать следующим выражением:

$$g(t) = A \cos \theta(t), \text{ В}, \quad (4.39)$$

---

<sup>1</sup> Connor, F.R., Modulation, 2nd edn, Edward Arnold, 1982, p. 125. ISBN 0-7131-3457-7.

где угол  $\theta(t)$  пропорционален амплитуде модулирующего сигнала. Как говорилось выше, угловую модуляцию можно подразделить на фазовую (ФМ) и частотную (ЧМ).

### 4.2.1. Фазовая модуляция

Предположим, модулирующий сигнал  $m(t)$  представляет собой простую синусоиду и задается выражением

$$m(t) = V_m \cos \omega_m t . \quad (4.40)$$

В таком случае колебание с фазовой модуляцией можно записать так:

$$g(t) = A \cos[2\pi f_n t + \Delta\theta \cos(2\pi f_m t)] , \quad (4.41)$$

где  $\cos 2\pi f_n t$  — немодулированная несущая;  $\Delta\theta$  равняется  $kV_m$ , где  $k$  — константа модулятора, в радианах.

Выражение  $\Delta\theta \cos(2\pi f_m t)$  может быть отображено графически во временной области, как показано на рис. 4.14. Как следует из формулы, функция имеет вид косинусоиды и изменяется в пределах  $\pm \Delta\theta$  радиан. Следовательно, из уравнения (4.41) можно сделать вывод, что фазомодулированный сигнал имеет среднюю частоту,  $f_c$ , фаза которой модулируется синусоидально таким образом, что максимальное *отклонение фазы* (или *девиация фазы*) составляет  $\pm \Delta\theta$  радиан. Фазомодулированный сигнал можно отобразить и в виде векторной диаграммы, как это сделано

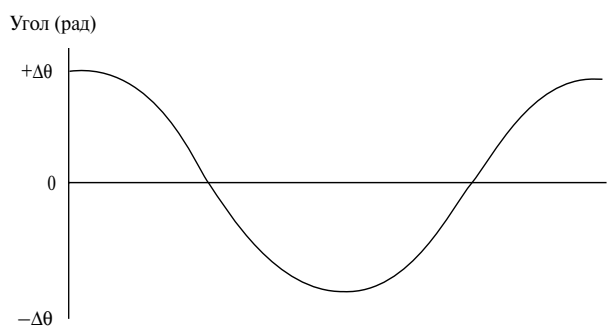


Рис. 4.14. Фазовая модуляция

на рис. 4.15. Из диаграммы видно, что вектор с амплитудой  $A$  вращается со средней угловой скоростью  $\omega_n$ , отклоняясь от среднего (нулевого) значения на величину  $\pm \Delta\theta$ .

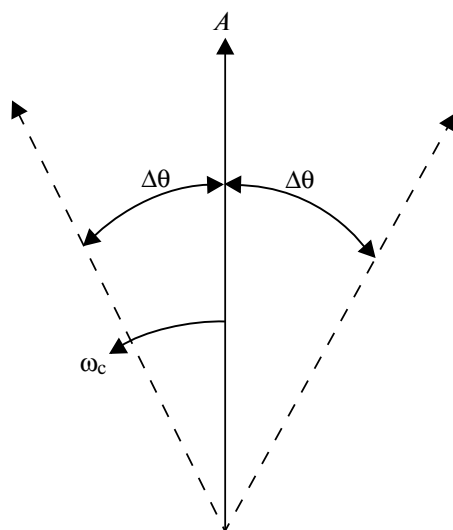


Рис. 4.15. Векторная диаграмма фазовой модуляции

Обратите также внимание, что скорость, с которой результирующий вектор перемещается относительно немодулированной несущей, пропорциональна девиации частоты относительно значения  $f_n$ , которое, в свою очередь, пропорционально величинам  $f_m$  и  $V_m$ . Из приведенной векторной диаграммы видно также, что мгновенная частота модулированного сигнала изменяется синусоидально относительно частоты  $f_n$ .

Фазовая модуляция редко применяется в аналоговых системах, потому что частотная модуляция позволяет использовать для приема относительно простые частотные дискриминаторы. Демодуляция фазомодулированных сигналов более сложна — приходится, например, использовать ЧМ-демодулятор включенный последовательно с дополнительным интегратором. Однако ФМ широко применяется при цифровой передаче, речь о которой пойдет в главе 5.



## 4.2.2. Частотная модуляция

При частотной модуляции модулирующий сигнал приводит к изменению частоты на выходе модулятора относительно частоты немодулированной несущей. Частота выходного сигнала может, к примеру, увеличиваться в том случае, если модулирующий сигнал имеет положительную полярность, и уменьшаться, если полярность модулирующего сигнала становится отрицательной. *Изменение* частоты, но не фазы сигнала, пропорционально амплитуде модулирующего сигнала. Пример частотно-модулированного сигнала показан на рис. 4.16.

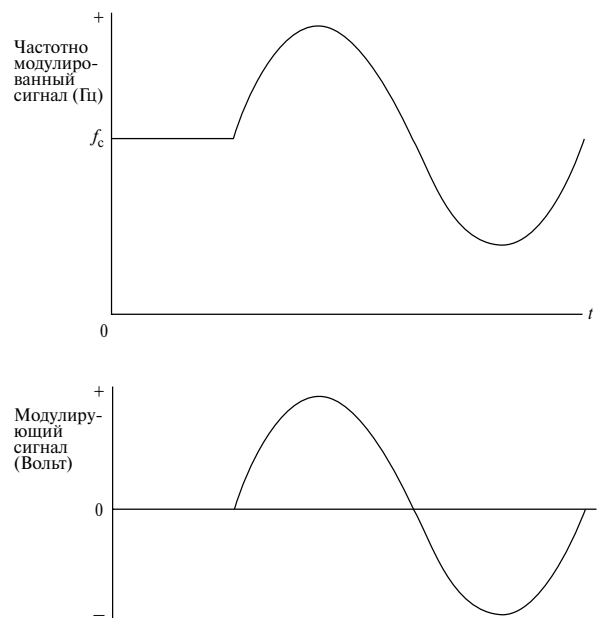


Рис. 4.16. Частотная модуляция

Выражение, которым описывается частотно-модулированный сигнал, имеет следующий вид:

$$g(t) = A \sin \left[ 2\pi f_n t + 2\pi k \int_0^t V_m \cos(2\pi f_m t) dt \right] = \quad (4.42)$$

$$= A \sin \left[ 2\pi f_n t + \frac{kV_m}{f_m} \sin(2\pi f_m t) \right] \quad (4.43)$$

Множитель  $kV_m$  должен, исходя из соображений размерности, измеряться в герцах; он представляет собой максимальное изменение частоты, вызванное модулирующим сигналом (которое имеет место, когда  $\sin(2\pi f_m t)$  равняется  $+1$  или  $-1$ ), и называется **девиацией частоты (frequency deviation)  $\Delta F$** . Коэффициент  $kV_m/f_m$  называется **коэффициентом модуляции (modulation index)  $M$**  и представляет собой действительное безразмерное число:

$$M = \frac{kV_m}{f_m} = \quad (4.44)$$

$$= \frac{\text{Девиация частоты}}{f_m} = \quad (4.45)$$

$$= \frac{\Delta F}{f_m} \quad (4.46)$$

Следовательно, функцию  $g(t)$  можно записать в виде:

$$g(t) = A \sin(\omega_n t + M \sin \omega_m t) \quad (4.47)$$

И фазовая, и частотная модуляции представляют собой угловую модуляцию, в которой моделируется фазовый угол несущей; сравнив уравнения (4.41) и (4.47), можно заметить, что выражения, описывающие ФМ и ЧМ, одинаковы. При фазовой модуляции, как отмечалось выше, отклонение фазы зависит от амплитуды модулирующего сигнала,  $V_m$ . В случае ЧМ, как видно из уравнения (4.47), девиация фазы пропорциональна частному  $V_m/f_m$ . Еще одним различием между ФМ и ЧМ является то, что при фазовой модуляции девиация частоты пропорциональна произведению  $V_m f_m$ , а при ЧМ — только амплитуде  $V_m$ . Именно это отличие и объясняет, почему частотная модуляция так названа: при изменении амплитуды модулирующего сигнала  $V_m \sin \omega_m$  соответственно изменяется (т.е. модулируется) частота ЧМ-сигнала. Максимальная девиация этой частоты пропорциональна величине  $V_m$ , а значение  $\omega_m$  показывает скорость ее изменения. Векторная диаграмма ЧМ подобна диаграмме, приведенной для ФМ, однако, максимальное отклонение фазы в этом случае равняется константе  $M$ . Фаза же, как и в случае фазовой модуляции, модулируется множителем  $\sin \omega_m t$ .

Пиковое значение коэффициента модуляции, которое достигается, когда девиация частоты и частота модулирующего сигнала максимальны, называется **коэффициентом отклонения (deviation ratio)** и является одним из основных параметров ЧМ-систем, часто указываемым в международных стандартах, регулирующих работу радиосистем:

$$\text{Индекс модуляции} = \frac{\widehat{\Delta F}}{\widehat{f_m}} \quad (4.48)$$

#### Пример 4.2

Домашняя стереофоническая радиосистема с частотной модуляцией имеет девиацию частоты 75 кГц, а максимальная модулирующая частота равна 15 кГц. Определите индекс модуляции данной системы.

#### Решение

$\widehat{\Delta F}$  равняется  $\pm 75$  кГц;  $\widehat{f_m}$  составляет 15 кГц.

$$\text{Индекс модуляции} = \frac{\widehat{\Delta F}}{\widehat{f_m}} = \quad (4.49)$$

$$= \frac{75 \text{ кГц}}{15 \text{ кГц}} \quad (4.50)$$

Отсюда, индекс модуляции равен 5.

С помощью тригонометрического тождества уравнение, описывающее частотно-модулированный сигнал (формула (4.47)), может быть преобразовано таким образом, что можно узнать спектр модулированного сигнала при наличии одной модулирующей частоты:

$$g(t) = A \sin \omega_c t \cos(M \sin \omega_m t) + A \cos \omega_c t \sin(M \sin \omega_m t) \quad (4.51)$$

Множитель  $\cos(M \sin \omega_m t)$  этого выражения может быть представлен в виде бесконечного ряда:

$$\cos(M \sin \omega_m t) = 1 - \frac{M^2 \sin^2 \omega_m t}{2!} + \frac{M^4 \sin^4 \omega_m t}{4!} + \dots \quad (4.52)$$

Используя известные тригонометрические преобразования:

$$\sin^2 \omega_m t = \frac{1}{2}(1 - \cos 2\omega_m t) \quad (4.53)$$

и

$$\sin^4 \omega_m t = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos 2\omega_m t + \frac{1}{8} \cos 4\omega_m t, \quad (4.54)$$

и при условии, что все степени при коэффициентах более высоких порядков ряда (4.52) являются четными, уравнения (4.53) и (4.54) можно применить для замены синусоидальных членов ряда. После упрощения окажется, что  $\cos(M \sin \omega_m t)$  можно записать в общем виде

$$\cos(M \sin \omega_m t) = a_0 + a_2 \cos 2\omega_m t + a_4 \cos 4\omega_m t + \dots \quad (4.55)$$

Коэффициенты  $a_0$ ,  $a_2$ ,  $a_4$  и т.д. — простые числа, которые зависят от степеней коэффициентов ряда. Рассуждая примерно так же, можно показать, что и  $\sin(M \sin \omega_m t)$  преобразуется в следующее выражение:

$$\sin(M \sin \omega_m t) = a_1 \sin \omega_m t + a_3 \sin 3\omega_m t + a_5 \sin 5\omega_m t + \dots \quad (4.56)$$

Подставим формулы (4.55) и (4.56) в уравнение (4.51). Очевидно, что результирующее выражение будет содержать произведения синусов и косинусов, которые, в свою очередь, можно записать в виде спектральных составляющих на следующих частотах:

$$\omega_c \pm \omega_m, \omega_c \pm 2\omega_m, \omega_c \pm 3\omega_m, \dots, \omega_c \pm \infty\omega_m$$

Опуская полные математические выкладки, за которыми при желании вы всегда можете обратиться к книге Стремлера<sup>2</sup>, где приводится подробный анализ спектра частотно-модулированного сигнала с одной модулирующей частотой, можно записать формулу (4.51) в следующем виде<sup>3</sup>:

<sup>2</sup> *Stremler, F.G., Introduction to Communication Systems, Addison-Wesley, 1977, pp. 273-5. ISBN 0-201-07244-0.*

<sup>3</sup> *Вывод этой формулы можно найти и в отечественной литературе (см., например, Гоноровский И.С. Радиотехнические цепи и сигналы. — М.: Изд-во "Советское радио", 1963.) — Прим. ред.*

$$\begin{aligned}
& A \sin \omega_n t \cos(M \sin \omega_m t) + A \cos \omega_n t \sin(M \sin \omega_m t) = \\
& = A \left[ a_0 \sin \omega_n t + a'_1 \sin(\omega_n + \omega_m)t + a'_2 \sin(\omega_n + 2\omega_m)t + \right. \\
& \left. + a'_3 \sin(\omega_n + 3\omega_m)t + \dots + a'_\infty \sin(\omega_n + \infty \omega_m)t \right].
\end{aligned} \tag{4.57}$$

Каждый коэффициент полученного уравнения также представляет собой ряд и фактически имеет тот же вид, что и функция Бесселя первого рода. Обычно такие коэффициенты записывают в виде  $J_n(M)$ , где  $n$  — порядок функции, а  $M$  обозначает величину искомого коэффициента. Перепишем уравнение (4.57):

$$\begin{aligned}
& A \sin \omega_n t \cos(M \sin \omega_m t) + A \cos \omega_n t \sin(M \sin \omega_m t) = \\
& = A \left[ J_0(M) \sin \omega_n t + J_1(M) \sin(\omega_n + \omega_m)t + J_2(M) \sin(\omega_n + 2\omega_m)t + \right. \\
& \left. + J_3(M) \sin(\omega_n + 3\omega_m)t + \dots + J_\infty(M) \sin(\omega_n + \infty \omega_m)t \right].
\end{aligned} \tag{4.58}$$

Для определения значений  $J_n(M)$  может быть использован график с кривыми функций Бесселя для заданных  $n$  и  $M$ , изображенный на рис. 4.17.

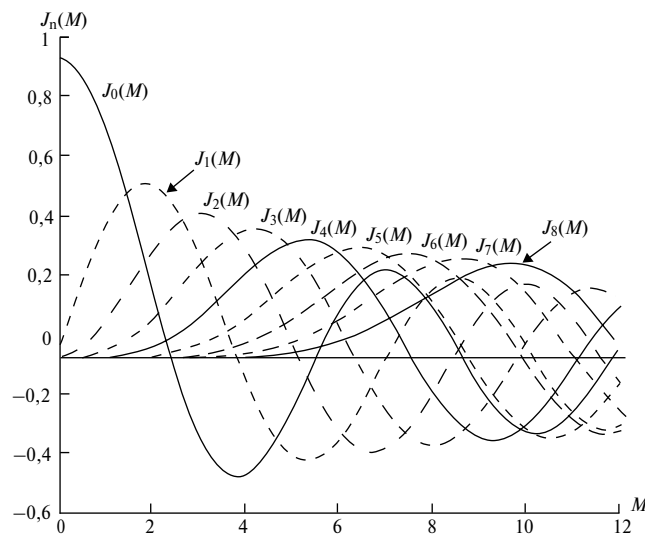


Рис. 4.17. Функции Бесселя

Из уравнения (4.58) следует, что спектральный состав частотно-модулированного сигнала имеет бесконечную полосу частот, в действительности же эта полоса ограничена. Изучение кривых, изображенных на рис. 4.17, показывает, что для всех значений  $n$  коэффициент  $J_n(M)$  имеет осциллирующий характер и стремится к нулю при  $n$ , стремящемся к бесконечности. Частотно-модулированный сигнал, который был сформирован с помощью одного модулирующего синусоидального колебания, как это сделано выше, содержит боковые частоты, отстоящие друг от друга на интервал  $\omega_m$  и расположенные симметрично относительно частоты несущей вплоть до частот  $\pm \infty$  Гц (рис. 4.18). Обратите внимание, что для некоторых значений  $M$  пары боковых и даже несущая могут иметь нулевую амплитуду.

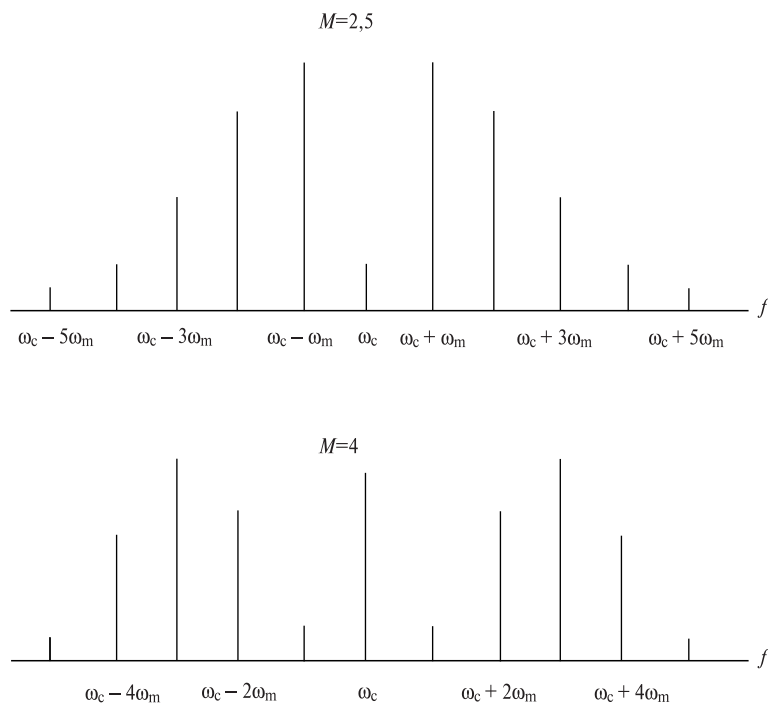


Рис. 4.18. Спектр частотно-модулированного сигнала

На стадии проектирования системы обычно предусматривается, что для требуемого индекса модуляции полоса частот должна охватить все значимые боковые частоты, причем термин “значимый” подразумевает субъективный выбор такого их числа, чтобы работа системы удовлетворяла пользователя. Например, значимыми можно считать все боковые частоты, коэффициент  $J_n(M)$  которых больше или равен, скажем, 1 % от амплитуды немодулированной несущей  $J_0(0)$ . Хотя такие гармоники можно опередить по графику на рис. 4.18, большей точностью обладают таблицы функций Бесселя, приведенные в приложении Г.

### Пример 4.3

Частотно-модулированный сигнал имеет максимальный индекс модуляции, равный 5, а максимальное значение модулирующей частоты составляет 15 кГц. Оцените ширину полосы частот, необходимую для успешной передачи боковых частот, амплитуда которых больше или равна 1 % от уровня немодулированной несущей.

### Решение

Из уравнения (4.58), видно, что каждая синусоидальная составляющая (гармоника) расположена на боковой частоте  $\omega_c \pm n\omega_m$ , где  $n$  — номер гармоники. Для решения задачи как раз и нужно узнать частоту, а значит, и номер высшей гармоники, амплитуда  $J_n(M)$  которой будет лишь незначительно превышать уровень 0,01.

Обратившись к приложению Г, можно увидеть, что амплитуда немодулированной несущей также представляет собой гармонику, у которой величины  $M$  и  $n$  равны нулю. Эта амплитуда имеет нормированное значение, равное 1. Для соблюдения критерия выбора значимых боковых частот, поставленного в условии задачи, при  $M = 5$ , запишем это условие в виде математических неравенств:

$$J_n(5) > 0,01$$

и

$$J_{n+1}(5) < 0,01.$$

С помощью таблиц функции Бесселя найдем, что  $n$ , удовлетворяющее этому условию, равно 8.

Следовательно, ширина полосы частот, охватывающая восемь пар боковых частот, составит:

$$W = 2(8 \times 15 \text{ кГц}) = 240 \text{ кГц}$$

В реальных системах ширина полосы частот в большой степени зависит от наивысшей частоты информационного сигнала. Карсон вывел формулу для расчета ширины полосы частот, которая получила название правила Карсона:

$$\text{Ширина полосы частот} = 2(\widehat{\Delta F} + \widehat{f}_m).$$

#### Пример 4.4

Оцените ширину полосы частот для вещательной радиосистемы с частотной модуляцией, если известно, что

$$\begin{aligned}\widehat{\Delta F} &= \pm 75 \text{ кГц}, \\ \widehat{f}_m &= 15 \text{ кГц}.\end{aligned}$$

#### Решение

$$\begin{aligned}B &= 2(\widehat{\Delta F} + \widehat{f}_m) = \\ &= 2(75 + 15) \text{ кГц} \\ &= 180 \text{ кГц}.\end{aligned}$$

Этот и предыдущий примеры дают представление о стандартных частотно-модулированных широкополосных радиосистемах, с которыми вы впервые познакомились в примере 4.2. Ширина полосы частот, рассчитанная по правилу Карсона, по сравнению с шириной полосы частот, определенной по таблицам функций Бесселя, отличается весьма незначительно. На практике ширина полосы частот обычно составляет 200 кГц, эта полоса является компромиссной для данных примеров.

### 4.2.3. Узкополосная частотная модуляция

До сих пор описание ЧМ касалось только общего случая. При  $M > 1$  ЧМ-сигнал содержит много боковых частот и называется **широкополосным частотно-модулированным (wideband FM)** сигналом. При  $M < 1$  ЧМ-сигнал называется **узкополосным частотно-модулированным (narrowband FM)** сигналом. Узкополосный ЧМ-сигнал имеет гораздо меньшую ширину полосы частот, чем широкополосный ЧМ-сигнал. Кроме того, поскольку сигнал занимает относительно узкую полосу частот, то и влия-



ние шумов на него более ярко выражено. Следовательно, узкополосная частотная модуляция требует большего отношения С/Ш, чем широкополосная ЧМ.

Выражение для частотно-модулированного сигнала, как было показано в (4.51), имеет вид

$$g(t) = A \sin \omega_c t \cos(M \sin \omega_m t) + A \cos \omega_c t \sin(M \sin \omega_m t). \quad (4.59)$$

При  $M \ll 1$

$$\cos(M \sin \omega_m t) \rightarrow 1,$$

а поскольку  $\sin x$  стремится к значению  $x$  при  $x$ , стремящемся к нулю,

$$\sin(M \sin \omega_m t) \rightarrow M \sin \omega_m t.$$

Следовательно, выражение для узкополосного частотно-модулированного сигнала преобразуется к виду:

$$g(t) \approx A \left[ \sin \omega_c t + \cos \omega_c t (M \sin \omega_m t) \right] = \quad (4.60)$$

$$= a \left[ \sin \omega_c t + \frac{M}{2} \sin(\omega_c - \omega_m)t + \frac{M}{2} \sin(\omega_c + \omega_m)t \right]. \quad (4.61)$$

Сделав перестановку, можно записать

$$g(t) = a \left[ \sin \omega_c t - \frac{M}{2} \sin(\omega_c - \omega_m)t + \frac{M}{2} \sin(\omega_c + \omega_m)t \right]. \quad (4.62)$$

Полученное выражение аналогично выражению (4.5) для амплитудно-модулированного сигнала. Если сравнить узкополосный частотно-модулированный сигнал с амплитудно-модулированным, можно заметить, что амплитуды их боковых частот имеют *противоположные* знаки, а полосы частот обоих сигналов имеют одинаковую ширину, в два раза превышающую полосу частот модулирующего сигнала. Векторная диаграмма сигнала с узкополосной ЧМ показана на рис. 4.19, откуда видно, что, в отличие от АМ, наличие противофазных боковых частотных составляющих приводит к возникновению амплитудной и фазовой модуляций несущей. Обе эти особенности могут быть использованы при приеме.

Некоторые системы связи, где используется частотная модуляция, должны работать в узкой полосе частот, преимуще-

ственно это аналоговые мобильные радиосистемы, например радиовещательные и общественные мобильные радиосистемы. В таких системах речевой связи применяется частотная модуляция; кроме того, они обычно работают с аудиосигналами с шириной полосы 3 кГц. Вследствие недостатка доступных для радиосвязи частот, системы связи должны работать в узком диапазоне с частотным расстоянием между соседними каналами порядка 20 кГц.

В узкополосной ЧМ соблюдается равновесие между минимальной шириной полосы частот амплитудно-модулированного сигнала и хорошей помехоустойчивостью (в смысле влияния шумов на амплитуду передаваемого сигнала) широкополосной ЧМ. Это свойство применяется также при формировании и приеме фазо- и частотно-модулированных сигналов.

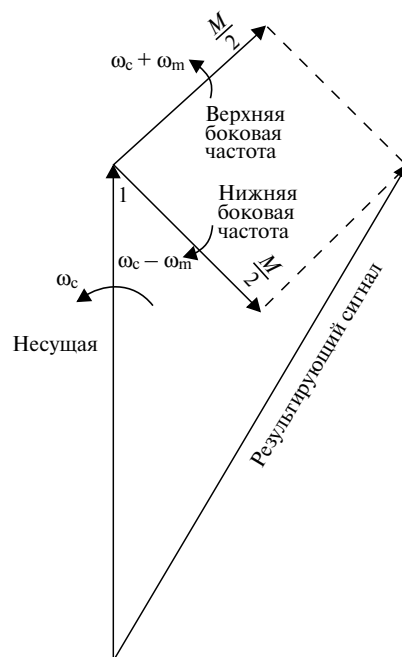


Рис. 4.19. Векторная диаграмма узкополосного частотно-модулированного сигнала

#### 4.2.4. Формирование и демодуляция частотно-модулированных сигналов

Подробное рассмотрение методов формирования и демодуляции частотно-модулированных сигналов лежит вне материала этой книги. Здесь достаточно сказать, что модуляция сигнала может выполняться прямым или косвенным методами. **Прямая (direct)** модуляция предусматривает, что информационный сигнал непосредственно модулирует частоту генератора. Как правило, для этого используется варакторный диод (диод с переменным реактивным сопротивлением). Если на p-n переход этого диода подать обратное смещение, обедненная область приобретает свойства диэлектрика, который можно рассматривать как емкость. Модулирующий сигнал, который подается на диод, изменяет величину напряжения обратного смещения, что, в свою очередь, приводит к изменению емкости диода. Для получения частотно-модулированного сигнала варакторный диод располагают в блоке генератора (обычно — кварцевого), вырабатывающего колебания стабильной частоты.

При использовании кварцевых генераторов прямая модуляция для получения широкополосных сигналов с относительно большим значением девиации частоты практически нереализуема. Как следствие, широкополосная модуляция требует значительных усилий на этапе проектирования генератора несущей частоты, который бы удовлетворял требованиям радиоэфира к размещению каналов на близлежащих частотах. Преимущества стабильной работы кристаллов в качестве тактовых генераторов можно использовать, применяя **косвенную (indirect)** модуляцию. Частотная модуляция сигнала в этом случае обычно достигается с помощью метода Армстронга, при этом модулирующий сигнал воздействует на фазу несущего сигнала, предварительно созданного кварцевым генератором. Как мы видели раньше, фазовая модуляция имеет признаки частотной модуляции, которая по своей природе является узкополосной. Для получения широкополосного частотно-модулированного сигнала с достаточной девиацией частоты и на точной несущей частоте, обычно применяются многокаскадные схемы, в состав которых входят умножители частоты и смесители.

Демодуляторы ЧМ получили название дискриминаторов. Они вырабатывают на выходе сигнал, амплитуда которого прямо пропорциональна частоте полученного частотно-модулированного сигнала. Наиболее популярным типом дискриминатора является контур с автоподстройкой (синхронизацией) фазы, в котором генератор, управляемый напряжением (voltage controlled oscillator — VCO), отслеживает мгновенную частоту частотно-модулированного сигнала. Управляющее напряжение генератора VCO фактически и представляет собой демодулированный сигнал. В случае частотной демодуляции дискриминатору предшествует ограничитель, который предотвращает изменения амплитуды модулированного сигнала. Эти изменения чаще всего вызваны шумами, и, следовательно, их устранение позволяет улучшить отношение сигнал/шум на выходе приемника.

### **4.3. Мультиплексирование с разделением по частоте**

Мультиплексированием с разделением по частоте (frequency division multiplexing — FDM) называется объединение нескольких сигналов разных источников или каналов в один. Это достигается модуляцией каждого сигнала с помощью одной несущей частоты, тщательно подобранной таким образом, чтобы спектры всех модулированных сигналов не перекрывались. Таким образом, вся рабочая полоса частот делится на несколько частотных каналов, каждый из которых предназначен для передачи одного сигнала: отсюда берет название и сам термин “разделение по частоте”.

Классическим примером использования частотного мультиплексирования (FDM) служат радиосистемы с несколькими каналами связи, в которых группа каналов (или пользователей) располагается в определенном диапазоне частот. Каждый канал (или пользователь) занимает одну уникальную частоту, либо, иногда, пару частот. В последнем случае обычно используется дуплексный режим передачи данных, при котором каналы передачи и приема располагаются на разных частотах. Это означает, что каждая станция для передачи и приема использует разные каналы, поскольку невозможно одновременно и передавать

и принимать данные по одному и тому же каналу. Дело в том, что тогда сильный сигнал передатчика будет подавлять очень слабый сигнал, поступающий в приемник.

На рис. 4.20 показано, как метод мультиплексирования с разделением по частоте используется в системах сотовой связи стандарта GSM. Для работы системы выделяется два набора по 124 канала. Для каждого канала выделяется полоса частот шириной в 200 кГц. Первый набор каналов занимает полосу 935–960 МГц и предназначен для передачи данных из базовой станции в мобильный телефон клиента. Такой метод передачи называется *нисходящим (downlink)*. По аналогии, *восходящий (uplink)* режим передачи данных используется для связи мобильного телефона с базовой станцией и выполняется в полосе частот 890–915 МГц. Измерения показывают, что диапазоны передачи и приема в мобильном телефоне разнесены на 45 МГц. Предположим, что в мобильный телефон поступила команда передавать данные по каналу номер 3. Он занимает диапазон частот 890,6–890,8 МГц. Тогда базовая станция также будет связываться с этим телефоном по каналу номер 3, который отстоит от канала приема на 45 МГц, т.е. занимает диапазон частот 935,6–935,8. (На самом деле передача в системе GSM намного сложнее, чем было описано выше, поскольку в ней каждый канал делится на 8 временных интервалов. Это позволяет восьми разным мобильным телефонам работать на одной и той же частоте, используя мультиплексирование с разделением по времени, которое будет описано в следующей главе).

## 4.4. Сравнение методов модуляции

Ширина полосы частот и отношение сигнал/шум (С/Ш) — два основных параметра, которые в первую очередь принимаются во внимание при сравнении видов модуляции. Отношение С/Ш рассматривается как на входе приемника для оценки качества работы системы, так и на его выходе. Так как выше уже обсуждались требования к полосе частот для разных видов модулированных сигналов, то в этом подразделе мы проанализируем отношение сигнал/шум и сделаем выводы относительно преимуществ и недостатков различных методов модуляции.

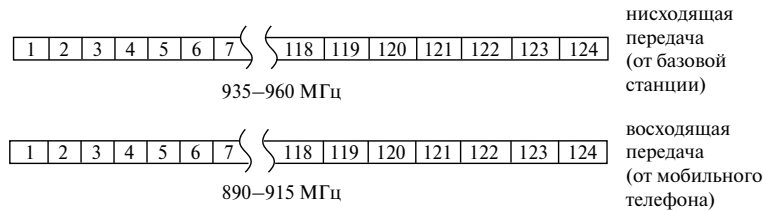


Рис. 4.20. Распределение каналов в системе GSM

### 4.4.1. Пороговый эффект

Прежде чем сравнивать методы модуляции, рассмотрим влияние шумов на амплитудно-модулированный сигнал. Представим шум в следующем виде:

$$n(t)\cos[\omega_n t + \phi(t)]$$

Выражение, описывающее амплитудно-модулированный сигнал (см. формулу (4.4)), можно переписать в другом виде:

$$[V_n + m(t)]\sin \omega_n t, \quad (4.63)$$

где

$$m(t) = V_n \sin \omega_m t. \quad (4.64)$$

Следовательно, принятый на входе демодулятора сигнал может быть записан как

$$g(t) = [V_n + m(t)]\cos \omega_n t + n(t)\cos[\omega_n t + \phi(t)]. \quad (4.65)$$

Статическая векторная диаграмма, которая представляет уравнение (4.65), изображена на рис. 4.21.

Когда  $[V_n + m(t)] \gg n(t)$ , можно считать, что отношение сигнал/шум достаточно велико. Беттс<sup>4</sup> показал, что сигнал на выходе детектора огибающей,  $V_{\text{вых}}$ , можно описать приближенной формулой<sup>1</sup>:

$$V_{\text{вых}} \approx \underbrace{[V_n + m(t)]}_{\text{сигнал}} + \underbrace{n(t)\cos \phi(t)}_{\text{шум}}. \quad (4.66)$$

<sup>1</sup> Betts, J.A., Signal Processing, Modulation and Noise, The English Universities Press Ltd., 1970, pp. 98–99. ISBN 0-340-09895-3.

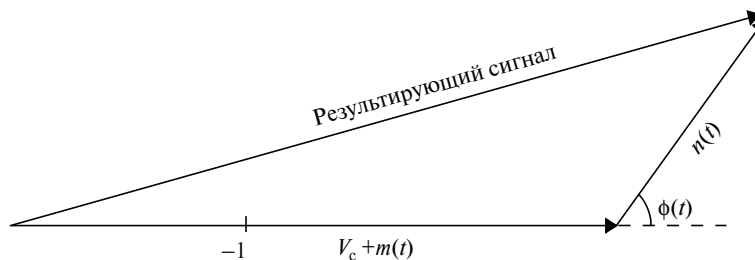


Рис. 4.21. Амплитудно-модулированный сигнал в сопровождении шумов

Теперь рассмотрим условие низкого отношения С/Ш, когда  $n(t) \gg [V_n + m(t)]$ . В этом случае из уравнения (4.65) получаем

$$V_{\text{вых}} \approx n(t) + V_n \cos \phi(t) + m(t) \cos \phi(t). \quad (4.67)$$

Сравнив выражения (4.66) и (4.67), можно увидеть, что сигнал на выходе детектора содержит шумовую компоненту, которая аддитивна, если отношение С/Ш достаточно велико, и мультипликативна, если С/Ш низкое. Очевидно, что свойство умножения модулирующего сигнала на шумовую компоненту  $\cos \phi(t)$  влияет на выходной сигнал намного сильнее, чем шумы, которые просто прибавляются, и влияние которых в таком случае относительно невелико. Переход от свойства аддитивности к свойству мультипликативности происходит на пороговом уровне. Точное значение отношения С/Ш, при котором происходит **пороговый эффект (threshold effect)**, весьма неопределенно и может быть найдено только эмпирически. Мультипликативные свойства шумов при небольшом отношении сигнал/шум являются характеристикой всех некогерентных детекторов: т.е. всех амплитудных и угловых демодуляторов.

#### 4.4.2. Сравнение различных видов демодуляции

На рис. 4.22 показана обобщенная структурная схема приемника. Преддетекторный фильтр, обычно каскад промежуточной частоты (ПЧ) в радиоприемнике, ограничивает полосу частот принятого сигнала до полосы частот модулированного сигнала с целью предотвращения шумов, частоты которых ле-

жат вне полосы сигнала, что позволяет уменьшить общий уровень шумов на выходе демодулятора. Отношение  $(C/Ш)_{\text{вх}}$  на рисунке представляет собой просто отношение сигнал/шум перед демодуляцией (детектированием) сигнала. В зависимости от характера процесса демодуляции, на выходе схемы может потребоваться (а, может, и — нет) еще и последетекторный фильтр, который бы убирал частоты, выходящие за пределы полосы частот восстанавливаемого информационного сигнала. Наконец, отношение  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  представляет собой восстановленный информационный сигнал и присущие ему шумы.

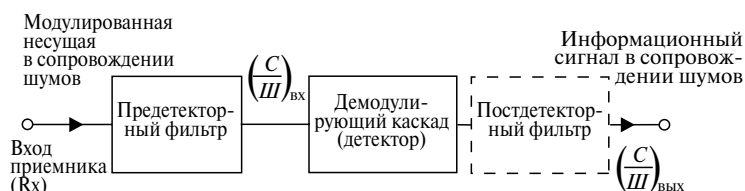


Рис. 4.22. Обобщенная схема приемника

## Немодулированная передача

Давайте определим отношение сигнал/шум на выходе приемника для различных способов демодуляции. Предположим, что информационный сигнал имеет полосу частот шириной  $W$  герц и что передающая система вносит только гауссовы шумы, с двухсторонним распределением спектральной плотности мощности и амплитудой  $\eta/2$  (см. рис. 3.4 б).

Вначале рассмотрим отношение  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  для немодулированной передачи, с которой мы позже сравним системы с модуляцией сигналов. Ширина полосы частот системы при немодулированной передаче равна ширине полосы частот  $W$  исходного информационного сигнала. Следовательно, можно записать:

$$(C/Ш)_{\text{вх}} = \frac{S_R}{\frac{\eta}{2} \cdot 2W} = \quad (4.68)$$

$$= \frac{S_R}{\eta W}, \quad (4.69)$$



где  $S_R$  — мощность сигнала на входе приемника. Если передается немодулированный сигнал, то стадия демодуляции отсутствует, и можно записать:

$$(C/Ш)_{\text{вых}} = (C/Ш)_{\text{вх}} . \quad (4.70)$$

Следовательно,

$$(C/Ш)_{\text{вых}} = \frac{S_R}{\eta W} . \quad (4.71)$$

На рис. 4.23 построена зависимость  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  как функция от  $(C/Ш)_{\text{вх}}$ .

### **Амплитудная модуляция: когерентное детектирование и детектирование огибающей**

Ширина полосы частот системы при амплитудной модуляции равна  $2W$ . В случае когерентного детектирования и детектирования огибающей выше порога, который имеет место при  $(C/Ш)_{\text{вх}}$  приблизительно 10 дБ, можно, исходя из схемы на рис. 4.22, записать:

$$(C/Ш)_{\text{вх}} = \frac{S_R}{2\eta W} \quad (4.72)$$

и

$$(C/Ш)_{\text{вых}} = \frac{S_R}{\eta W} . \quad (4.73)$$

Отсюда мы видим, что отношение сигнал/шум после детектирования сигнала в два раза больше, чем для принятого сигнала; т.е. в процессе детектирования мы получаем повышение на 3 дБ. Значение  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  такое же, как и при немодулированной передаче. Однако сигнал на входе демодулятора содержит несущую, которая появляется и на выходе демодулятора в виде постоянной составляющей с амплитудой, равной максимальной амплитуде немодулированной несущей. Так как сама по себе несущая не несет полезной информации, то ее мощность теряется зря. Следовательно, при измерении выходной мощности сигнала его постоянную компоненту можно игнорировать, т.е. отношение  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  будет примерно на 7–10 дБ ниже, чем определенное по формуле (4.73). Модифицированная характеристика отношения сигнал/шум на

выходе приемника для амплитудно-модулированного сигнала, отражающая приведенные выше соображения, показана на рис. 4.23. Она расположена на 10 дБ ниже по сравнению с соответствующей характеристикой немодулированной передачи.

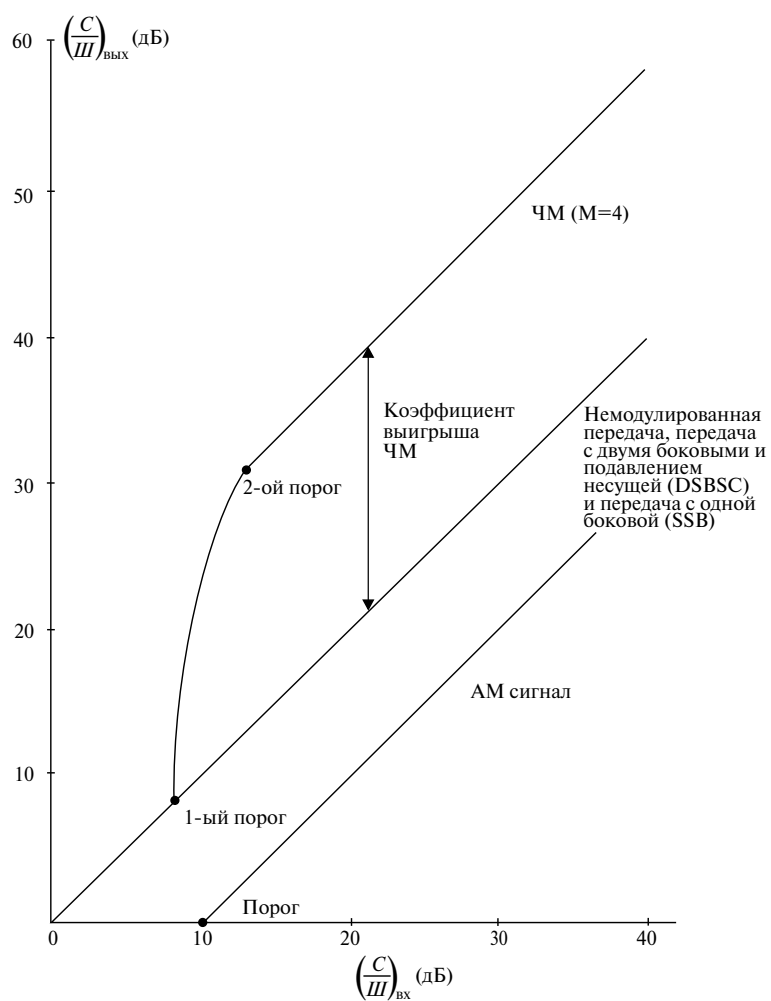


Рис. 4.23. Сравнение различных видов модуляции

### АМ с двумя боковыми и подавлением несущей (DSBSC)

Анализ модуляции с DSBSC показывает ее сходство с амплитудной модуляцией. Обе системы имеют одинаковую ширину полосы частот и одинаковые отношения С/Ш:

$$(C/Ш)_{\text{вх}} = \frac{S_R}{2\eta W}; \quad (4.74)$$

$$(C/Ш)_{\text{вых}} = \frac{S_R}{\eta W}. \quad (4.75)$$

Как и в случае АМ, мы видим такое же повышение отношения сигнал/шум на 3 дБ на выходе детектора. Величина  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  идентична соответствующему параметру немодулированной связи; ее зависимость от входного отношения С/Ш также показана на рис. 4.23.

### АМ с одной боковой (SSB)

Анализ связи с одной боковой полосой показывает следующие зависимости отношений сигнал/шум:

$$(C/Ш)_{\text{вх}} = \frac{S_R}{\eta W}; \quad (4.76)$$

$$(C/Ш)_{\text{вых}} = \frac{S_R}{\eta W}. \quad (4.77)$$

Таким образом, в процессе демодуляции отношение С/Ш не увеличивается, хотя по сравнению с двумя вышеприведенными схемами АМ требуется вдвое меньшая полоса частот. Отношение  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  снова оказывается таким же, как и при немодулированной передаче данных, что отображено на рис. 4.23.

### Частотная модуляция

Схема приемника системы с ЧМ отличается от обобщенной схемы приемника (см. рис. 4.22) тем, что между преддетекторным фильтром и детектором расположен ограничитель. Как частотная, так и фазовая модуляция, в отличие от АМ и узкополосной ЧМ, для сохранения всех значимых боковых частот

требуют, чтобы полоса частот преддетекторного фильтра была более, чем в два раза шире полосы последетекторного фильтра. Вследствие чего на входе демодулятора мощность шума будет больше, чем в других системах.

Анализ демодуляции частотно-модулированного сигнала достаточно сложен, и мы не будем рассматривать его сейчас. Для простоты ограничимся лишь одной гармоникой — синусоидальным модулирующим сигналом. Результаты анализа могут слегка отличаться в зависимости от начальных допущений. Анализ, проведенный Шварцем<sup>2</sup>, показывает, что для частотно-модулированного сигнала справедливо следующее равенство:

$$(C/Ш)_{\text{вых}} = 3M^2(C/Ш)_{\text{вх}} . \quad (4.78)$$

Т.е. при частотной модуляции величина  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  в  $3M^2$  раз больше, чем при согласованной амплитудной. Ясно, что в случае широкополосной ЧМ, когда  $M > 1$ ,  $(C/Ш)_{\text{вых}}$  существенно увеличивается по сравнению с АМ. Это явление называется **коэффициентом выигрыша ЧМ (FM improvement factor)**. На рис. 4.23 показано, что при  $M = 4$ , согласно Шварцу, отношение сигнал/шум на выходе системы в процессе демодуляции увеличивается на 13 дБ. Однако при частотной модуляции имеет место пороговый эффект. Первый порог достигается, когда коэффициент выигрыша резко падает до точки, где отношения сигнал/шум для частотной и амплитудной модуляций становятся одинаковыми. Второй порог наблюдается при достижении полной ЧМ. Положения обеих пороговых точек являются функциями переменной  $M$ . Предположим теперь, что значение  $M$  уменьшено, так как сузилась ширина полосы частот модулированного сигнала и, следовательно, уменьшилась мощность шума. Значит, уменьшена и мощность принятого сигнала, прежде чем достигнут пороговый эффект. То есть коэффициент выигрыша ЧМ может быть получен при более низком отношении  $(C/Ш)_{\text{вх}}$ , т.к. величина  $M$  уменьшилась.

Согласно правилу Карсона, можно записать:

$$B_T = 2f_m(1 + M) , \quad (4.79)$$

---

<sup>2</sup> Schwartz, M., Information Transmission, Modulation and Noise, 4th edn, McGraw-Hill, pp. 510-17. ISBN 0-07-100931-0.

где  $B_T$  — ширина полосы частот передаваемого ЧМ-сигнала, или **полоса передачи (transmission bandwidth)**. В случае широкополосной ЧМ, при которой параметр  $M$  гораздо больше 1, уравнение (4.79) может быть аппроксимировано следующим образом:

$$B_T \cong 2Mf_m. \quad (4.80)$$

Подставляя  $M$  из последней формулы в уравнение (4.78), получим:

$$(C/Ш)_{\text{вых}} \cong 3 \left( \frac{B_T}{2f_m} \right)^2 (C/Ш)_{\text{вх}}. \quad (4.81)$$

Это результирующее выражение показывает, что коэффициент выигрыша ЧМ по отношению сигнал/шум примерно пропорционален квадрату полосы передачи. ЧМ представляет собой пример системы с **расширением полосы частот (bandwidth expansion)**, в которой можно, пожертвовав полосой пропускания, увеличить отношение сигнал/шум.

Уравнение (4.78) предполагает, что при бесконечном росте параметра  $M$  коэффициент выигрыша может увеличиваться до бесконечности. Однако на практике, если мощность передаваемого сигнала остается постоянной при увеличении  $M$  (а значит, и полосы частот), амплитуда  $S_R$  уменьшается. Так как мощность шума на входе приемника равняется  $\eta/2$  и остается постоянной на всех частотах, при падении уровня  $S_R$  происходит уменьшение отношения  $(C/Ш)_{\text{вх}}$ , что в дальнейшем приведет к понижению порогового эффекта и значительному уменьшению величины  $(C/Ш)_{\text{вых}}$ .

Приведенные рассуждения особенно справедливы для широкополосной частотной модуляции, в случае которой обычно допускается  $M \geq 0,6$ . Если же предположить, что  $M \leq 0,6$ , как это происходит в случае узкополосной ЧМ, то из уравнения (4.78) видно, что коэффициент шума не превысит 0,3 дБ по сравнению с когерентным детектированием. Таким образом, выигрыш в отношении сигнал/шум становится пренебрежимо малым, чего и следовало ожидать, поскольку полоса частот узкополосного частотно-модулированного сигнала практически не отличается от полосы частот амплитудно-модулированного сигнала.

### 4.4.3. Сравнение видов модуляции

На рис. 4.23 и в табл. 4.1 приведены краткие сравнительные характеристики различных методов модуляции. Какой из них выбрать в той или иной системе, зависит от требований, предъявляемых к системе. Например, если на первом месте по важности стоит ширина полосы частот, тогда, очевидно, следует воспользоваться преимуществами связи на одной боковой полосе (SSB). Амплитудная модуляция, с другой стороны, предлагает наиболее дешевые приемники, если используется детектирование огибающей. Это свойство особенно привлекательно при производстве приемной аппаратуры массового применения, например в бытовом теле- или радиовещании. Для достижения же наилучшего показателя сигнал/шум следует применять частотную модуляцию, хотя при этом и увеличивается ширина полосы частот. Следует отметить, что при плохих показателях С/Ш на входе системы преимущества ЧМ сводятся на нет и часто вообще исчезают по сравнению с амплитудной модуляцией.

## 4.5. Резюме

Модуляцией называется процесс наложения полезной информации на сигнал более высокой частоты — несущую. Модуляция применяется для преобразования сигналов с более низкой частотой в высокочастотные, что позволяет передавать информацию на радиочастотах или по оптическим каналам. Наложение сообщения на несущую осуществляется путем модуляции амплитуды (АМ) либо угловой скорости; причем модуляцию последней принято подразделять на фазовую (ФМ) и частотную (ЧМ). Ключевым параметром АМ является глубина модуляции, которая, кроме управления формой сигнала, показывает степень помехозащищенности и распределения мощности между несущей и боковыми частотами. Модуляция амплитуды осуществляется как нелинейными, так и линейными методами. В основе нелинейных лежит использование активных устройств с нелинейными передаточными характеристиками, что, однако, приводит к гармоническим искажениям модулированного сигнала. В линейных же методах, наоборот, избегают подобного режима, что позволяет получить модулированный сигнал с меньшими искажениями. Диодные детекторы,

**Таблица 4.1. Сравнение методов модуляции**

Метод модуляции	Пороговая частота	Пороговый эффект	Кoeffициент улучшения C/Ш (по сравн. с DSBSC)	Прием	Примечания
AM	2W	Да	от -7 до -10 дБ	Детектор огибающей или устройство с квадратичной передаточной характеристикой	Простой и дешевый метод. При передаче несущей теряется часть энергии. Используется в радиовещании
AM с двумя боковыми и подавлением несущей (DSBSC)	2W	Нет	-	Когерентный	Требует синхронного детектирования. Менее предпочтительный метод, чем SSB, с точки зрения полосы частот
AM с одной боковой (SSB)	W	Нет	Нет	Когерентный	Требует синхронного детектирования. Эффективно использует частотный диапазон. Широко используется в телефонии
ЧМ	$\gg W$	Да. Обычно принимается $> 10$ дБ	Да	Частотный дискриминатор	Система с расширением полосы частот. Улучшает отношение C/Ш. Используется в наземной и спутниковой микроволновой связи
ФМ	$\gg W$	Да	Да	Устройство с нелинейной передаточной характеристикой	Похожие на ЧМ свойства. Более сложный прием

*W* — ширина полосы частот немодулированного сигнала.

#### 4.5. Резюме

применяющиеся при демодуляции амплитудно-модулированных сигналов, дешевы и эффективны. Для того чтобы свести к минимуму эффект срезания отрицательных пиков — одной из форм искажений восстанавливаемого сигнала, необходимо при формировании приемного устройства обращать внимание на параметры диодного детектора. Связь на двух боковых полосах с подавлением несущей (DSBSC) осуществляется с помощью балансного модулятора, в котором умножаются несущая и модулирующий сигнал. Важным свойством связи на двух боковых полосах является как раз отсутствие несущей, что позволяет уменьшить требования к мощности передатчика. Однако при этом необходимо использовать когерентный детектор, а это значит, что перед демодуляцией на приемнике должна восстанавливаться исходная несущая.

Наиболее распространены балансные модуляторы на основе схем Коуэна и кольцевые модуляторы. Связь на одной боковой частоте (SSB), для которой также необходимо наличие когерентного детектора, применяется в первую очередь там, где важнее всего максимально сузить полосу частот. Математический анализ спектра частотно-модулированного сигнала показывает, что этот спектр бесконечен. Для определения количества значимых гармоник и соответствующей полосы частот используются функции Бесселя и коэффициент модуляции. С той же целью может использоваться правило Карсона, которое позволяет приблизительно посчитать ширину полосы частот частотно-модулированного сигнала. Узкополосная ЧМ представляет собой компромисс между АМ и ЧМ, поскольку дает возможность сохранить повышенную помехозащищенность, как в случае частотной модуляции, и одновременно уменьшить полосу частот практически до ширины амплитудной модуляции.

Мультиплексирование с разделением по частоте (FDM) является распространенным методом эксплуатации многоканальных систем, в которых сразу два или более сигнала могут передаваться по одному каналу связи. Этот метод с успехом применяется в кабельных линиях — как в металлических, так и в оптоволоконных, что позволяет многократно увеличить количество одновременно передаваемых сигналов и тем самым значительно повысить экономическую эффективность линий связи. В радиосистемах также применяется мультиплексирование с разделением по частоте, но уже как способ изменения



спектрального диапазона во избежание перекрестных помех. Пороговый эффект показывает, что при условии, когда отношение сигнал-шум достаточно велико, шум на выходе детектора имеет аддитивные свойства. Если же величина отношения С/Ш слишком мала, шум приобретает мультипликативные свойства, и качество системы значительно ухудшается.

Различные формы модуляции при наличии шумов сравниваются между собой по величине эквивалентной ширины полосы частот немодулированной связи. Легко заметить значительное увеличение полосы частот частотно-модулированных сигналов по сравнению с амплитудно-модулированными. АМ требует большей передаваемой мощности при заданном отношении сигнал/шум на выходе детектора, чем другие виды модуляции. В некоторой мере это вызвано потерями мощности при передаче несущей. Зато частотная модуляция обладает улучшенными качественными характеристиками (С/Ш), которые можно и далее улучшать, изменяя соответствующим образом коэффициент модуляции. Однако "расплатой" за это служит увеличение полосы частот. Именно по этой причине системы с частотной модуляцией известны под названием систем с расширением полосы.

#### Упражнения

- 4.1. Поясните, откуда возникли названия "амплитудная модуляция" и "угловая модуляция". Какова основная разница между этими двумя видами модуляции?
- 4.2. Нарисуйте график амплитудно-модулированного сигнала с амплитудой несущей 4 В и глубиной модуляции 0,35. Тщательно соблюдайте масштаб графического изображения (лучше всего воспользоваться "миллиметровкой").
- 4.3. Амплитудно-модулированный сигнал имеет глубину модуляции 120%. Нарисуйте его график и покажите, что в процессе модуляции возникают искажения. Поясните, что произойдет, если подать такой сигнал на диодный детектор.
- 4.4. Амплитудно-модулированный сигнал описывается следующим выражением:

$$g(t) = 10(1 - \cos 6280t) \sin(6\pi 10^6 t - \pi/6) \text{ вольт.}$$

Определите:

- а) глубину модуляции сигнала;
- б) частоту модулирующего сигнала;
- в) период несущей;
- г) максимальное мгновенное напряжение;
- д) ширину полосы частот модулированного сигнала.

**4.1.** Огибающая амплитудно-модулированного сигнала имеет максимальную амплитуду 4,5 В, а минимальную — 2,3 В. Определите глубину модуляции сигнала.

**4.2.** Амплитудно-модулированный сигнал описывается следующим выражением:

$$g(t) = 24(1 + 0,5 \cos 3140t) \sin 2\pi 10^5 t \text{ вольт.}$$

Определите рассеиваемую мощность, если известно, что входное сопротивление усилителя, на вход которого подается сигнал, составляет 600 Ом.

**4.3.** Мощность амплитудно-модулированного сигнала равна 10 кВт. Рассчитайте мощность боковых частот и несущей, если глубина модуляции составляет 25%.

**4.4.** Амплитуда несущей частотой 6 МГц модулируется сигналом, частотный диапазон которого лежит в пределах от 300 до 3400 Гц. Нарисуйте диаграмму спектра результирующего модулированного сигнала.

**4.5.** Поясните, что происходит с мощностью несущей при восстановлении в приемнике амплитудно-модулированного сигнала.

**4.6.** Сигнал с двумя боковыми и подавлением несущей (DSBSC) может быть получен путем сложения модулирующего сигнала и несущей с обработкой в устройстве с нелинейной передаточной характеристикой.

Если представить операцию сложения модулирующего сигнала и несущей в следующем виде:

$$g(t) = V_m \sin \omega_m t + V_n \sin \omega_n t ,$$

а нелинейную характеристику как

$$h(t) = k + aV_{\text{вх}} + b(V_{\text{вх}})^2,$$

то попробуйте доказать математически, что компонента  $k(t)$  выходного напряжения будет представлять собой сигнал с двумя боковыми и подавлением несущей (DSBSC).

- 4.7.** Система с частотной модуляцией имеет максимальную девиацию частоты 100 кГц, а частоту модуляции — 15 кГц.
- Рассчитайте индекс модуляции.
  - Оцените ширину полосы частот для этого сигнала, используя правило Карсона.
  - Определите соответствующую ширину полосы частот сигнала, используя функции Бесселя.
- 4.8.** Поясните понятие “порогового эффекта”. Подтвердите ваши соображения соответствующими графиками.
- 4.9.** Сравните амплитудную модуляцию, модуляцию с двумя боковыми и подавлением несущей (DSBSC), модуляцию с одной боковой и частотную модуляцию между собой по ширине полосы частот и величине сигнал/шум.
- 4.10.** В частотной модуляции часто применяется термин “система с расширением полосы частот”. Поясните, что он означает и какое отношение имеет к коэффициенту выигрыша С/Ш перед системами с АМ.

## Библиография

1. Betts, J.A., *Signal Processing, Modulation and Noise*, The English Universities Press Ltd, 1970. ISBN 0-340-09895-3.
2. Connor, F.R., *Modulation*, 2nd edn, Edward Arnold, 1982. ISBN 0-7131-3457-7.
3. Schwartz, M., *Information Transmission, Modulation and Noise*, 4th edn, McGraw-Hill, 1990. ISBN 0-07-100931-0.

4. Stremler, F.G., *Introduction to Communications Systems*, 3th edn, Addison-Wesley, 1990. ISBN 0-201-51651-0.
5. Zeimer, R.E. and Tranter, W.H., *Principles of Communications*, 4th edn, John Wiley & Sons, 1995. ISBN 0-471-12496-6.

