# Предисловие

*Я люблю работать в самых разных областях — это позволяет мне*
*"размазать" мои ошибки более тонким слоем...*
*— Виктор Кли (Victor Klee)*

Эта брошюра представляет собой четвертый выпуск книги *Искусство программирования, том 4. Комбинаторные алгоритмы.* Как пояснялось в выпуске 1 к тому 1, я издаю материалы в такой форме в связи с тем, что работа над четвертым томом займет еще много лет. Я не могу заставлять читателей ждать так долго; кроме того, мне нужна обратная связь от читателей.

В этом выпуске содержатся разделы 7.2.1.6 и 7.2.1.7 очень большой главы, посвященной комбинаторному поиску. В окончательном виде глава 7 должна будет состоять из трех томов (4А, 4В и 4С) — конечно, если это позволит мое здоровье. Глава начнется с краткого обзора теории графов, после которого в разделе 7.1 будут рассматриваться вопросы работы с битами и алгоритмы для работы с булевыми функциями. Раздел 7.2 посвящен генерации всех возможных объектов и начинается с подраздела 7.2.1 — генерации основных комбинаторных объектов. В подразделах с 7.2.1.1 по 7.2.1.5 детально рассматриваются вопросы о генерации всех $n$-элементных кортежей, перестановок, сочетаний и разбиений. Выпуск 4 содержит разделы 7.2.1.6, посвященный генерации различных древовидных структур, и 7.2.1.7, темой которого является история комбинаторной генерации. Раздел 7.2.2 будет посвящен перебору с возвратом в целом. Набросок содержания всей главы 7 можно найти на Web-сайте книги *Искусство программирования* (`http://www-cs-faculty.stanford.edu/~knuth/taocp.html`).

Написание этого материала доставило мне такое же удовольствие, как испытанное мною много лет назад при написании второго тома *Искусства программирования.* При работе над ним я к своему немалому удовольствию обнаружил, что основные принципы теории вероятности и теории чисел естественным образом проявляются при изучении алгоритмов для генерации случайных чисел и арифметики; при подготовке к написанию раздела 7.2.1 я нашел, что основные принципы элементарной комбинаторики точно так же естественным образом проявляются при изучении алгоритмов комбинаторной генерации. Я еще раз убедился, что красивые истории всегда имеют продолжение.

Я уже давно хотел написать о генерации деревьев, потому что древовидные структуры занимают особое место в сердце каждого программиста. Хотя в целом я доволен изложенным в разделах 7.2.1.1–7.2.1.5 материалом о классических комбинаторных структурах, таких, как кортежи, перестановки, сочетания и разбиения, все же самый лакомый кусочек я приберег напоследок. И вот наступило время для этого десерта. С 1994 года я читаю ежегодную "Лекцию о рождественской елке"[1] в Стэнфордском университете, рассказывая о замечательных фактах, касающихся деревьев, о которых я узнал в течение последнего года, и вот наконец я могу изложить все эти лекции в письменном виде. Как и любой десерт, эта тема очень "сытная" и приносит немало удовольствия. Теория деревьев, помимо прочего, связывает воедино ряд концепций из разных областей программирования.

Раздел 7.2.1.7, посвященный истории комбинаторной генерации, принес особое удовлетворение другой, "гуманитарной", половине моего мозга, поскольку он наполнен поэзией, музыкой, религиозными представлениями, философией, логикой и интеллектуальными играми из разных культур со всего света. Корни комбинаторного мышления очень глубоки. Я не претендую на полноту, но думаю, что достаточно полно изучил эту тему, чтобы собрать все изученное вместе.

Первоначально я намеревался выделить этому материалу более скромное место, но когда увидел, насколько фундаментальны собранные здесь идеи, то понял, что одно лишь беглое упоминание о них вряд ли удовлетворит меня.

Я благодарю Франка Раски (Frank Ruskey) за смелое решение предложить ранние черновые варианты этого материала студентам и за то, что он поделился со мной результатами этого эксперимента. Мне помогли и многие другие читатели моих черновиков, особенно относящихся к разделу 7.2.1.7, где мне часто была нужна помощь из-за ограниченного знания других языков.

Я с удовольствием уплачу 2 доллара 56 центов тому, кто первым сообщит мне о любой замеченной в данном выпуске[2] ошибке, неважно какой — типографской, технической или исторической. Все существенные предложения по улучшению текста я оцениваю в 32 цента каждое. (Кроме того, если вы найдете лучшее решение упражнения, то сможете покрыть себя неувядающей славой — ваше имя будет опубликовано в окончательном издании книги. :-)

Перекрестные ссылки на пока что не написанный материал могут выглядеть в тексте как '00'; это заполнитель, который будет заменен реальным числом в будущем.

Приятного чтения!
Стэнфорд, Калифорния
Июнь 2005
Д. Э. К.

**Об обозначениях.** В начале главы 7 я определил некоторые операции над графами, для которых в настоящее время в литературе встречаются разные обозначения. В моей книге, если $G$ — граф с вершинами $U = \{u_1, \ldots, u_m\}$, а $H$ — граф с вершинами $V = \{v_1, \ldots, v_n\}$, то:

- $G + H$ является суммой, или соединением $G$ и $H$: этот граф содержит $Pm + n$ вершин $U \cup V$ и ребра $G$ и $H$;

[1]Определенная игра слов — в оригинале "Christmas tree lecture", т.е. о Рождественском *дереве*. Название можно также перевести и как "Лекция у Рождественской елки". — *Примеч. пер.*

[2]Конечно же, имеется в виду оригинальное издание. — *Примеч. пер.*

- $G \mp H$ является объединением (сосуммой (cosum)) $G$ и $H$, т.е. дополнением соединения их дополнений (его ребрами являются ребра $G$ и $H$ плюс все ребра $u_j$—$v_k$);

- $G \times H$ представляет собой декартово произведение $G$ и $H$: в нем содержится $mn$ вершин $U \times V$; а ребрами являются $(u,v)$—$(u',v)$, когда $G$ имеет ребро $u$—$u'$, и $(u,v)$—$(u,v')$, когда ребро $v$—$v'$ содержится в $H$;

- $G \diamond H$ — прямое произведение, или конъюнкция, $G$ и $H$: его вершинами являются $U \times V$, а ребро $(u,v)$—$(u',v')$ содержится в нем тогда и только тогда, когда в $G$ имеется ребро $u$—$u'$, а в $H$ — ребро $v$—$v'$;

- $G \otimes H$ — сильное произведение $G$ и $H$, объединяющее ребра $G \times H$ и $G \diamond H$;

по аналогии с сосуммой имеются различные виды сопроизведений.

Прочие использованные в этом выпуске обозначения можно найти в разделах “Основные обозначения” в конце томов 1, 2 и 3. Естественно, аналогичный раздел будет и в томе 4.