

СОДЕРЖАНИЕ

Прикладные модули 9

Предисловие 11

ГЛАВА

1

Дифференциальные уравнения первого порядка 21

- 1.1 Дифференциальные уравнения и математические модели 21
- 1.2 Интегралы в качестве общих и частных решений 34
- 1.3 Поля направлений и интегральные кривые 45
- 1.4 Уравнения с разделяющимися переменными и приложения 63
- 1.5 Линейные уравнения первого порядка 85
- 1.6 Замена переменных и уравнения в полных дифференциалах 101

ГЛАВА

2

Математические модели и численные методы 127

- 2.1 Модели роста населения 127
- 2.2 Равновесные решения и устойчивость 144
- 2.3 Модели типа ускорение-скорость 156
- 2.4 Числовая аппроксимация. Метод Эйлера 172
- 2.5 Более подробный анализ метода Эйлера 187
- 2.6 Метод Рунге–Кутты 203

ГЛАВА

3

Линейные уравнения высших порядков 219

- 3.1 Введение: линейные уравнения второго порядка 219
- 3.2 Общие решения линейных уравнений 237
- 3.3 Однородные уравнения с постоянными коэффициентами 254
- 3.4 Механические колебания 268
- 3.5 Неоднородные уравнения и метод неопределенных коэффициентов 286

- 3.6 Вынужденные колебания и резонанс 303
- 3.7 Электрические цепи 321
- 3.8 Краевые задачи и собственные значения 331

ГЛАВА

4**Введение в системы дифференциальных уравнений 349**

- 4.1 Системы первого порядка и их приложения 349
- 4.2 Метод исключения 368
- 4.3 Численные методы решения систем 381

ГЛАВА

5**Линейные системы дифференциальных уравнений 401**

- 5.1 Матрицы и линейные системы 401
- 5.2 Метод собственных значений для однородных систем 423
- 5.3 Системы второго порядка и механические приложения 444
- 5.4 Решения в случае кратных собственных значений 462
- 5.5 Экспоненциальная функция от матрицы и линейные системы 482
- 5.6 Неоднородные линейные системы 498

ГЛАВА

6**Нелинейные системы и явления 509**

- 6.1 Устойчивость и фазовая плоскость 509
- 6.2 Линейные и почти линейные системы 527
- 6.3 Экологические модели: хищники и конкуренты 549
- 6.4 Нелинейные механические системы 570
- 6.5 Хаос в динамических системах 592

ГЛАВА

7**Методы преобразования Лапласа 609**

- 7.1 Преобразования Лапласа и оригиналы функций (обратные преобразования) 609
- 7.2 Применение преобразования Лапласа к задачам Коши (задачам с начальными условиями) 624
- 7.3 Сдвиг и элементарные дроби 639
- 7.4 Производные, интегралы и произведения преобразований 652

8 Содержание

- 7.5 Периодические и кусочно-непрерывные входные функции 661
- 7.6 Импульсы и дельта-функции 679

ГЛАВА

8

Методы степенных рядов 693

- 8.1 Введение и обзор теории степенных рядов 693
- 8.2 Решения в виде ряда в окрестностях обыкновенных точек 709
- 8.3 Регулярные особые точки 724
- 8.4 Метод Фробениуса. Исключительные случаи 744
- 8.5 Уравнение Бесселя 761
- 8.6 Приложения функций Бесселя 773

ГЛАВА

9

Методы рядов Фурье 785

- 9.1 Периодические функции и тригонометрические ряды 785
- 9.2 Ряд Фурье общего вида и сходимости 795
- 9.3 Ряды Фурье по синусам и косинусам 806
- 9.4 Приложения рядов Фурье 822
- 9.5 Теплопроводность и разделение переменных 829
- 9.6 Колебания струны и одномерное волновое уравнение 849
- 9.7 Установившаяся температура и уравнение Лапласа 866

ГЛАВА

10

Собственные значения и краевые (граничные) задачи 881

- 10.1 Задачи Штурма–Лиувилля и разложения по собственным функциям 881
- 10.2 Приложения рядов по собственным функциям 898
- 10.3 Установившиеся периодические решения и собственные частоты 913
- 10.4 Задачи в цилиндрических координатах 927
- 10.5 Явления высших размерностей 947

Литература для дальнейшего изучения 970

Приложение. Существование и единственность решений 979

Ответы к избранным задачам 997

Предметный указатель 1087