

## Глава 8

# Ценовая модель рынка капитала и арбитражная теория ценообразования



### ***После изучения материала этой главы вы должны уметь...***

- Использовать положения теории рынка капитала для вычисления премий за риск ценных бумаг.
- Строить и использовать линию доходности рынка ценных бумаг.
- Воспользоваться возможностями арбитража применительно к портфелю, включающему неправильно оцененные финансовые активы.
- Использовать арбитражную теорию ценообразования с несколькими факторами для выявления неправильно оцененных активов.

Ценовая модель рынка капитала, которую чаще всего обозначают аббревиатурой CAPM (Capital Asset Pricing Model), — краеугольный камень современной финансовой теории. Впервые ее предложил Уильям Ф. Шарп (William F. Sharpe), который получил Нобелевскую премию по экономике за 1990 год.

CAPM позволяет точно прогнозировать взаимосвязь между риском какого-либо финансового актива и его ожидаемой доходностью. Эта зависимость выполняет две жизненно важные функции.

Во-первых, она позволяет получить эталонную ставку доходности, которой можно воспользоваться для оценки предполагаемых инвестиций. Например, финансовый аналитик может интересоваться, окажется ли ожидаемая им ставка доходности для какой-либо акции больше или, наоборот, меньше ее “объективного” значения в соответствии с присущим ей уровнем риска. Во-вторых, эта модель помогает нам делать обоснованные предположения относительно ожидаемой доходности активов, которыми еще не торговали на рынке. Например, какую цену следует установить при первоначальном поступлении акций в открытую продажу? Как крупный новый инвестиционный проект повлияет на ставку доходности, требуемую инвесторами для акций той или иной компании? Несмотря на то что CAPM не совсем выдерживает проверку практикой, это не мешает ее повсеместному распространению, что объясняется углубленным пониманием сути описываемых процессов, которое обеспечивает эта модель, а также тем, что точности этой модели вполне достаточно для многих важных приложений.

Использование неправильно оцененных активов для получения безрисковой прибыли называется *арбитражем* (arbitrage). Как правило, арбитраж предполагает одновремен-

ную покупку и продажу эквивалентных ценных бумаг (зачастую на разных рынках) для получения выгоды от расхождений в их ценах.

Основополагающий принцип теории рынка капитала заключается в том, что равновесные рыночные цены должны исключать возможность арбитража. Если фактические цены финансовых активов допускают возможность арбитража, появляющиеся в результате этого возможности для прибыльной торговли ценными бумагами порождают сильное давление на цены активов, которое будет сохраняться до момента восстановления равновесия. Для заключения огромного объема торговых сделок лишь небольшому числу инвесторов достаточно знать о возможности арбитража, и их действия снова установят равновесие на рынке. Поэтому рыночные силы, которые препятствуют арбитражу, чрезвычайно мощные. Первыми исследовали эти противодействующие силы на финансовом рынке Модильяни (Modigliani) и Миллер (Miller) — Нобелевские лауреаты (за 1985 и 1990 годы).

Арбитражная теория ценообразования (Arbitrage Pricing Theory — АРТ), разработанная Стивеном Россом (Stephen Ross), основываясь на аргументах о невозможности арбитража, приводит к такой же взаимосвязи между ожидаемой доходностью и риском, что и CAPM. Мы анализируем взаимосвязь между риском и доходностью, используя хорошо диверсифицированные портфели, и обсуждаем сходства и различия между АРТ и CAPM.

## 8.1. СПРОС НА АКЦИИ И РАВНОВЕСНЫЕ ЦЕНЫ

До сих пор нас интересовали проблемы эффективной диверсификации активов, оптимальный рискованный портфель и его профиль “риск–доходность”. Мы еще не уделяли достаточного внимания тому, каким образом на конкурентном рынке ценных бумаг определяются значения ожидаемых ставок доходности. Чтобы понять, как формируется рыночное равновесие, мы должны связать определение оптимальных портфелей с анализом ценных бумаг и фактическими сделками инвесторов. В этом разделе мы покажем, как стремление к эффективной диверсификации рождает вполне определенный спрос на ценные бумаги. В свою очередь, соотношение предложения и спроса на акции определяет равновесные цены и ожидаемые ставки доходности.

Представим простой случай, когда на рынке действуют только две корпорации: *Bottom Up Inc. (BU)* и *Top Down Inc. (TD)*. Соответствующие цены акций и рыночная капитализация приведены в табл. 8.1. Инвесторы могут также помещать свои средства в фонд денежного рынка (*Money Market Fund — MMF*), который обеспечивает доходность на уровне безрисковой процентной ставки, равной 5%.

**Таблица 8.1. Цены акций и рыночная капитализация корпораций Bottom Up (BU) и Top Down (TD)**

	BU	TD
Цена за одну акцию (долл.)	39	39
Количество выпущенных акций (млн.)	5	4
Рыночная капитализация (млн. долл.)	195	156

*Sigma Fund* — новый взаимный фонд с активной инвестиционной стратегией, которому удалось привлечь 220 миллионов долларов для вложения в акции. Финансовые аналитики *Sigma Fund* полагают, что в дальнейшем дивиденды на акции *BU* и *TD* расти не будут, и поэтому в обозримом будущем каждая из этих фирм будет продолжать выплачивать фиксированные годовые дивиденды. Подобное предположение существенно упрощает нашу задачу, поскольку в этом случае доход, получаемый от каждой акции, представляет собой пожизненную ренту. Таким образом, приведенная стоимость каждой акции — часто называемая ее *внутренней* или *действительной стоимостью* (intrinsic value) — равняется величине дивидендов, деленной на соответствующую ставку дисконтирования. Итоговый отчет финансовых аналитиков приведен в табл. 8.2.

**Таблица 8.2. Прогнозы финансовых аналитиков относительно показателей рынка капитала**

	<b>BU</b>	<b>TD</b>
Ожидаемые годовые дивиденды (долл./акция)	6,40	3,80
Ставка дисконтирования = Требуемая доходность* (%)	16	10
Ожидаемая цена акций на конец года** (долл.)	40	38
Текущая цена акций	39	39
Ожидаемая доходность (%):		
от прироста капитала	2,56	-2,56
дивидендная доходность	16,41	9,74
Совокупная ожидаемая доходность за год	18,97	7,18
Среднеквадратическое отклонение доходности (%)	40	20
Коэффициент корреляции между ставками доходности акций <i>BU</i> и <i>TD</i>	0,20	

\*Основывается на оценке риска.

\*\*Получено дисконтированием дивидендов (пожизненной ренты) при требуемой ставке доходности.

Ожидаемые ставки доходности, указанные в табл. 8.2, основываются на предположении, что дивиденды за следующий год будут соответствовать прогнозам *Sigma Fund*, а цены акций равняться значению внутренней стоимости на конец года. Среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции между этими двумя акциями оценивались финансовыми аналитиками *Sigma Fund* на основании прошлых данных о доходности (предполагалось, что и в следующем году они останутся на том же уровне).

На основе этих данных и предположений специалисты *Sigma Fund* без труда построили эффективную границу, показанную на рис. 8.1, а также вычислили пропорции оптимального портфеля, соответствующие “касательному” портфелю. Эти пропорции в сочетании с общим инвестиционным бюджетом определяют спрос *Sigma Fund* на акции. Располагая бюджетом в 220 миллионов долларов, руководство *Sigma Fund* считает, что его позиция в *BU* должна равняться  $\$220000000 \times 0,8070 = \$177540000$  или  $\$177540000/39 = 4552308$  акций, а позиция в *TD* должна равняться  $\$220000000 \times 0,1930 = 42460000$ , что соответствует 1088718 акций.

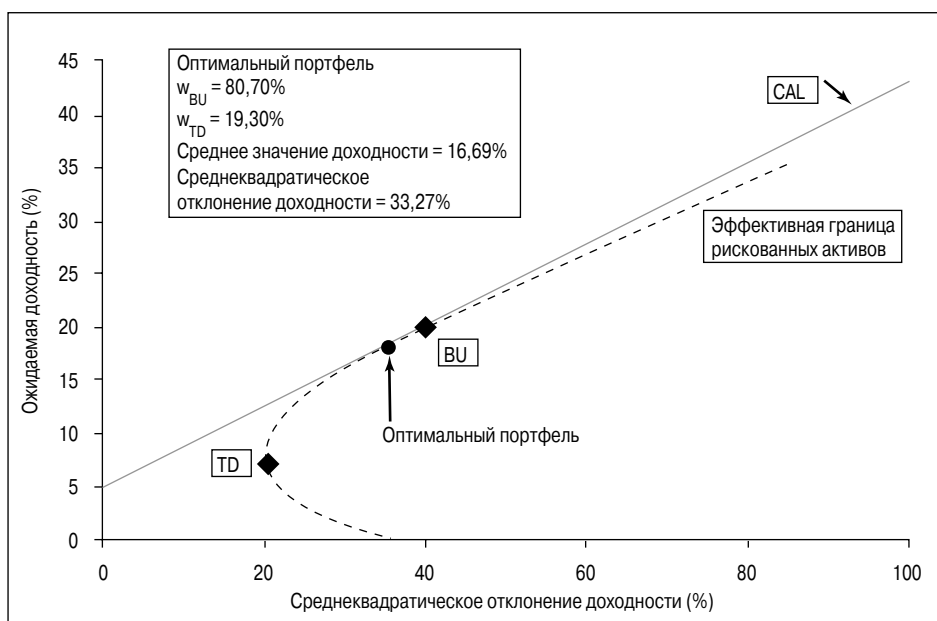


Рис. 8.1. Эффективная граница и оптимальный портфель *Sigma Fund*

## Спрос *Sigma Fund* на акции

Ожидаемые ставки доходности, которые использовались для определения спроса *Sigma Fund* на акции *BU* и *TD*, определялись на основе прогноза цен акций на конец года, а также их текущих цен. Если бы, например, акции *BU* можно было купить дешевле, прогноз *Sigma Fund* относительно ставки доходности на акции *BU* оказался бы выше. И наоборот, если бы акции *BU* продавались по более высокой цене, ожидаемые ставки доходности оказались бы ниже. Новая ожидаемая ставка доходности привела бы к другому оптимальному портфелю и другому уровню спроса.

График спроса *Sigma Fund* на акции можно представить себе как количество акций, которыми *Sigma Fund* готов владеть при разных курсах акций. В нашем, намеренно упрощенном, случае вычисление спроса *Sigma Fund* на акции *BU* не представляет трудности. Прежде всего обратимся к табл. 8.2, чтобы заново вычислить ожидаемую доходность акций *BU* при различных текущих ценах и заданной прогнозной цене этих акций на конец года. Затем для каждой пары значений цены и соответствующей ожидаемой доходности формируем оптимальный портфель и находим предполагаемую позицию по спросу на акции *BU*. Несколько вариантов таких вычислений приведено в табл. 8.3. Первые четыре столбца содержат значения ожидаемой доходности акций *BU* при заданной текущей цене. Оптимальная доля акций *BU* в портфеле (столбец 5) вычисляется на основе этих значений ожидаемой доходности. Наконец, инвестиционный бюджет *Sigma Fund*, оптимальная доля *BU* и текущая цена акции *BU* определяют требуемое количество акций. Обратите внимание: спрос *Sigma Fund* на акции *BU* вычисляется при заданной цене и ожидаемой доходности акций *TD*. Это означает, что график спроса *Sigma Fund* на акции в целом необходимо пересчитывать каждый раз, когда изменяется цена и ожидаемая доходность акций *TD*.

Таблица 8.3. Вычисление спроса *Sigma Fund* на акции *BU*

Текущая цена (долл.)	Доходность от прироста капитала (%)	Дивидендная доходность (%)	Ожидаемая доходность (%)	Оптимальная доля <i>BU</i>	Спрос на акции <i>BU</i>
45,0	-11,11	14,22	3,11	-0,4113	-2010582
42,5	-5,88	15,06	9,18	0,3192	1652482
40,0	0	16,00	16,00	0,7011	3856053
37,5	6,67	17,07	23,73	0,9358	5490247
35,0	14,29	18,29	32,57	1,0947	6881225

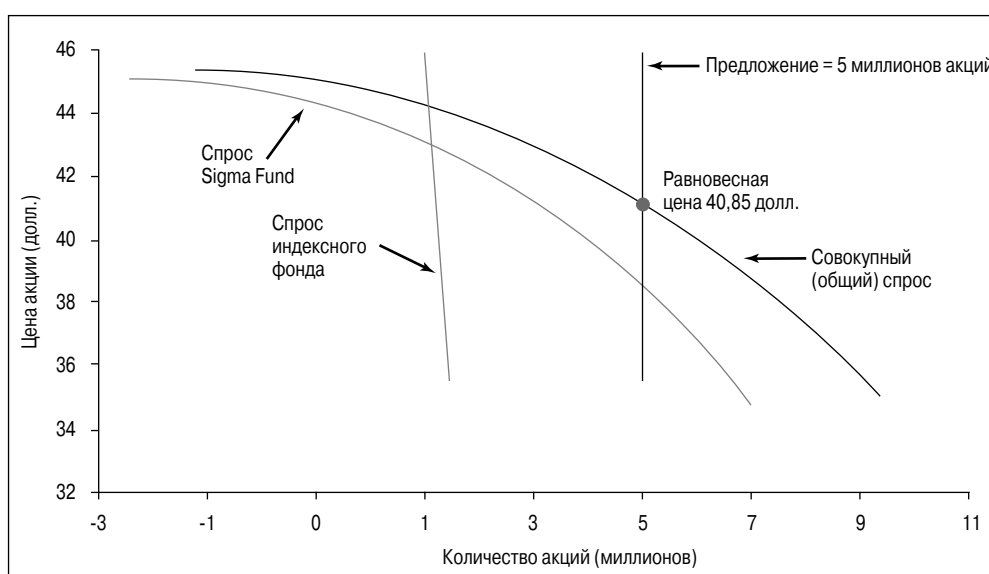


Рис. 8.2. Предложение и спрос на акции *BU*

Кривая спроса *Sigma Fund* на акции *BU* (рис. 8.2) задается данными, приведенными в столбце “Спрос на акции *BU*” табл. 8.3. Обратите внимание: эта кривая спроса на акции характеризуется наклоном вниз. Когда цена акций *BU* падает, *Sigma Fund* требуется больше акций по двум причинам: 1) “эффект дохода” — при более низкой цене акций *BU* *Sigma Fund* может купить больше таких акций при неизменном инвестиционном бюджете, 2) “эффект замены” — повысившаяся ожидаемая доходность при более низкой цене сделает акции *BU* более привлекательными в сравнении с акциями *TD*. Обратите внимание: иногда может возникнуть спрос даже на отрицательное количество акций (так называемая “короткая” позиция). Если цена акций достаточно высока, их ожидаемая доходность может оказаться столь низкой, что желание продать эти акции может перевесить мотивы диверсификации и инвесторы будут готовы занять “короткую” позицию. Из рис. 8.2 следует, что когда цена акций превышает \$44, *Sigma Fund* согласен занять “короткую” позицию по *BU*.

Кривая спроса на акции *BU* предполагает, что цены акций *TD* остаются неизменными. Аналогичную кривую спроса можно построить и для акций *TD* (при заданной

цене акций *BU*). Как и в предыдущем случае, спрос на акции *TD* можно определить, перестраивая табл. 8.2 для разных значений текущих цен *TD* (при этом цена акций *BU* должна оставаться неизменной). Новые значения ожидаемой доходности используются для вычисления оптимального портфеля при каждой из возможных цен *TD*. В итоге мы получим кривую спроса *Sigma Fund* на акции *TD*, показанную на рис. 8.3.

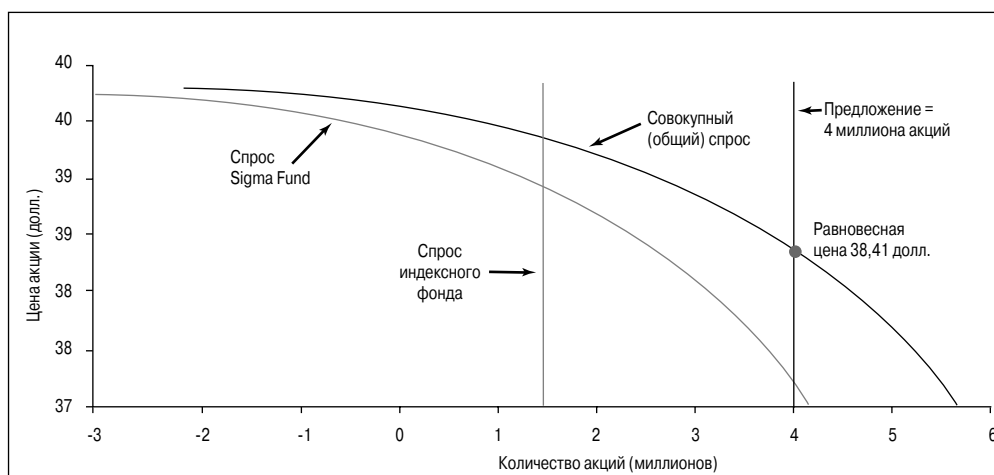


Рис. 8.3. Предложение и спрос на акции *TD*

### Спрос на акции со стороны индексных фондов

Скоро мы убедимся в том, что индексные фонды играют важную роль в выборе портфеля активов. Поэтому вначале посмотрим, от чего зависит спрос индексного фонда на акции, в которые он будет вкладывать свои средства. Допустим, что 130 миллионов долларов денежных средств инвесторов в нашей гипотетической экономической системе направляются в управление индексному фонду (назовем его *Index*). Как же он распорядится этими деньгами?

Фонду *Index* необходимо сформировать портфель, который будет дублировать рыночные пропорции. Допустим, что текущие цены акций и капитализация рынка соответствуют значениям, приведенным в табл. 8.1. Тогда доли инвестиций индексного фонда, которые будут имитировать рыночный портфель, можно вычислить следующим образом:

$$w_{BU} = 195 / (195 + 156) = 0,5556 \text{ (55,56\%)}; \quad w_{TD} = 1 - 0,5556 = 0,4444 \text{ (44,44\%)}$$

Располагая 130 миллионами долларов для инвестирования, *Index* поместит  $0,5556 \times \$130 \text{ млн} = \$72,22 \text{ млн}$  в акции *BU*. В табл. 8.4 показано несколько других точек на кривой спроса *Index* на акции *BU*. Второй столбец в табл. 8.4 содержит величину доли *BU* в общей капитализации рынка акций для каждого из вариантов цены. В нашем примере с двумя акциями это соответствует величине *BU* как доли от совокупной капитализации *BU* и *TD*. Третий столбец представляет собой желаемые инвестиции *Index* (в денежном выражении) в *BU*, а в последнем столбце указаны требуемые количества акций. Строка, выделенная жирным шрифтом, соответствует случаю, который мы проанализировали в табл. 8.1, когда акции *BU* продаются по цене \$39.

**Таблица 8.4. Вычисление спроса индексного фонда на акции BU**

Текущая цена (долл.)	Доля BU в капитализации рынка	Денежные инвестиции* (млн. долл.)	Требуемое количество акций
45,00	0,5906	76,772	1 706 037
42,50	0,5767	74,966	1 763 908
40,00	0,5618	73,034	1 825 843
<b>39,00</b>	<b>0,5556</b>	<b>72,222</b>	<b>1 851 852</b>
37,50	0,5459	70,961	1 892 285
35,00	0,5287	68,731	1 963 746

\*Денежные инвестиции = доля BU × 130 млн. долл.

Кривая спроса фонда *Index* на акции *BU* показана на рис. 8.2 рядом с кривой спроса *Sigma Fund*, а на рис. 8.3 — кривая спроса фонда *Index* на акции *TD*. Спрос *Index* меньше, чем спрос *Sigma Fund*, поскольку бюджет этого фонда также меньше, чем у *Sigma Fund*. Более того, кривая спроса индексного фонда характеризуется высокой крутизной (или “неэластичностью”), т.е. спрос жестко реагирует на изменения цены. Действительно, после того как индексный фонд сформирует рыночный портфель, ему уже не придется заново балансировать его — даже в случае изменения цен. Это объясняется тем, что спрос индексного фонда на акции не реагирует на изменения ожидаемой доходности. Индексные фонды стремятся лишь воспроизводить пропорции рынка. При повышении цены акций повышается и их доля на рынке. Это заставляет индексный фонд инвестировать в эти акции большие средства. Тем не менее, поскольку каждая акция теперь стоит больше, фонду потребуется меньшее количество акций.

### Равновесные цены и ценовая модель рынка капитала

Рыночные цены акций определяются соотношением предложения и спроса. В любой момент предложение акций — величина фиксированная, поэтому кривая предложения представляет собой вертикальную линию на уровне 5 миллионов акций *BU* на рис. 8.2 и 4 миллиона акций *TD* — на рис. 8.3. Величину рыночного спроса можно определить с помощью суммирования спроса со стороны рассматриваемых нами фондов — *Sigma Fund* и *Index*, т.е. для каждого значения цены мы суммируем количество акций, которые требуются всем инвесторам. Вы можете проанализировать соответствующие кривые спроса *Sigma Fund* и *Index* на рис. 8.2 и 8.3. Равновесные цены соответствуют точкам пересечения кривых предложения и спроса.

Однако цены, показанные на рис. 8.2 и 8.3, чрезвычайно подвижны. Причина этого заключается в том, что равновесная цена *BU* (\$40,85) сформирована кривыми спроса, полученными на основе предположения о том, что цена акций *TD* равняется \$39. Аналогично, равновесная цена *TD* (\$38,41) является таковой лишь в случае, если цена акций *BU* равняется \$39, что также не соответствует действительному положению вещей. Условием полного равновесия является соответствие кривых спроса, полученных для каждого вида акций, фактическим ценам всех других акций. Таким образом, наша модель — это лишь начало. Тем не менее она иллюстрирует важную взаимосвязь между анализом ценных бумаг и процессом, с помощью которого совместно определяются спрос на акции для портфеля, рыночные цены и ожидаемые ставки доходности.

В следующем разделе мы познакомим читателей с ценовой моделью рынка капитала, которая позволяет решить задачу нахождения совокупности взаимосогласованных равновесных цен и ожидаемых ставок доходности для всех акций. Когда мы покажем, что под влиянием спроса происходит корректировка ожидаемых ставок доходности рынка, вы сможете лучше разобраться в процессе, который обуславливает такую корректировку.

## 8.2. ЦЕНОВАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА КАПИТАЛА

**Ценовая модель рынка капитала** (Capital Asset Pricing Model — CAPM) показывает взаимосвязь между риском и равновесной ожидаемой доходностью рискованных активов. Рассмотрим CAPM в упрощенном окружении. Представив себя в таком несколько условном мире, мы существенно облегчаем решение интересующей нас задачи. Найдя решение для упрощенного окружения, мы можем постепенно, шаг за шагом, наращивать сложность этого окружения, параллельно “совершенствуя” рассматриваемую нами теорию. Подобный процесс дает нам возможность разработать вполне реалистичную и исчерпывающую модель.

### **Ценовая модель рынка капитала (Capital Asset Pricing Model — CAPM)**

*Модель, связывающая требуемую доходность акции с ее риском, измеряемым коэффициентом “бета”.*

Ряд упрощающих допущений приводит нас к базовой версии CAPM. Основополагающая идея заключается в том, что инвесторы ведут себя максимально похоже. Одно — довольно существенное — исключение состоит в начальном уровне богатства каждого из них, а также их склонности к риску. Ниже приведен перечень упрощающих допущений, который описывает правила, которым согласованно подчиняются инвесторы.

1. Инвесторы не могут влиять на цены в результате своих сделок. Это требование означает наличие множества инвесторов, каждый со своими собственными ресурсами, незначительными по сравнению с общими ресурсами всех инвесторов. Это допущение аналогично предположению микроэкономической теории об идеальной конкуренции.
2. Все инвесторы планируют свои действия на один, одинаковый для всех, период владения.
3. Инвесторы формируют портфели на основе некоторой совокупности финансовых активов, находящихся в свободной продаже (например, акций и облигаций). Кроме того, они располагают неограниченными возможностями в части получения займов и предоставления кредитов по безрисковой ставке.
4. Инвесторы не платят налогов на получаемые ими доходы и не несут операционных издержек (комиссионные и плата за услуги) при торговле ценными бумагами. В таком упрощенном мире инвесторов не заботит разница между доходностью от прироста капитала и дивидендной доходностью.
5. Все инвесторы пытаются сформировать портфели, лежащие на эффективной границе (т.е. они являются рациональными инвесторами, оптимизирующими свои портфели согласно критерия “доходность–риск”).



6. Все инвесторы одинаковым образом анализируют ценные бумаги и придерживаются одинаковых экономических воззрений на окружающий их мир. Следовательно, все они приходят к одинаковым оценкам распределения вероятностей будущих денежных потоков в результате инвестирования в доступные для них ценные бумаги. Это означает, что при заданной совокупности цен финансовых активов и безрисковой процентной ставке все инвесторы пользуются для определения эффективной границы и уникального оптимального рискованного портфеля одними и теми же ожидаемыми ставками доходности, среднеквадратическими отклонениями и коэффициентами корреляции. Это предположение часто называют *однородностью ожиданий* (homogeneous expectations).

Очевидно, что эти упрощающие предположения игнорируют многие черты реального мира. Тем не менее они позволяют нам лучше понять природу равновесия, существующего на рынках ценных бумаг.

#### **Рыночный портфель (market portfolio)**

*Портфель, в котором доля каждой ценной бумаги пропорциональна ее доле в общей капитализации рынка.*

Учитывая эти допущения, подытожим сущность равновесия, которое превалирует в этом гипотетическом мире ценных бумаг и инвесторов. Разовьем эту тему в последующих разделах.

1. Все инвесторы предпочитают **рыночный портфель** (market portfolio,  $M$ ), который включает все ценные бумаги. Для простоты все эти активы мы будем называть акциями. Доля акции каждой компании в рыночном портфеле равняется частному от деления ее капитализации, т.е. произведения цены одной акции на количество акций, выпущенных в обращение, на общую рыночную стоимость акций всех компаний.
2. Рыночный портфель располагается на эффективной границе. Более того, в точке касания графика распределения капитала (CAL) с эффективной границей он будет *оптимальным рискованным портфелем*. В результате график рынка капитала (CML), т.е. линия, проходящая от точки безрисковой ставки доходности к точке рыночного портфеля  $M$ , является наилучшим из возможных графиков распределения капитала. У всех инвесторов имеется рыночный портфель  $M$  в качестве их оптимального рискованного портфеля. Разница между ними заключается лишь в том, какую сумму они инвестируют в этот портфель в сравнении с инвестицией в безрисковый актив.
3. Премия за риск для рыночного портфеля пропорциональна его дисперсии и типичной степени неприятия риска инвесторами. Математически это можно выразить так:

$$E(r_M) - r_f = A^* \sigma_M^2, \quad (8.1)$$

где  $\sigma_M$  — среднеквадратическое отклонение ставки доходности рыночного портфеля,  $A^*$  — фактор, представляющий степень неприятия риска средним инвестором.

4. Премия за риск отдельных активов пропорциональна премии за риск рыночного портфеля ( $M$ ) и коэффициенту “бета” соответствующего актива. Это означает,

что ставка доходности рыночного портфеля является единственным учитываемым фактором рынка ценных бумаг. Коэффициент “бета” определяет меру, в которой доходность акций соответствует доходности рыночного портфеля. С формальной точки зрения, “бета” представляет собой тангенс угла наклона (т.е. отношение дополнительной доходности акции к дополнительной рыночной доходности) графика регрессии доходности акций от доходности рыночного портфеля. Иными словами, коэффициент “бета” представляет собой чувствительность доходности акций к изменениям доходности всего рынка.

## Почему у каждого инвестора должен быть рыночный портфель

Учитывая все наши допущения, нетрудно понять, почему все инвесторы должны располагать идентичными рискованными портфелями. Если все инвесторы используют один и тот же критерий “риск–доходность” (предположение 5), применяют его к одной и той же совокупности ценных бумаг (предположение 3), используют одинаковый временной горизонт (предположение 2), используют одну и ту же методику анализа ценных бумаг (предположение 6) и сталкиваются с одними и теми же налоговыми последствиями (предположение 4), все они должны прийти к одному и тому же выводу относительно оптимального рискованного портфеля. Иными словами, все они строят идентичные эффективные границы и находят один и тот же “касательный” портфель на графике CAL, проходящим из ставки доходности казначейских векселей (безрисковая ставка, нулевое среднеквадратическое отклонение) по касательной к эффективной границе, как показано на рис. 8.1.

Если каждый инвестор примет решение владеть одним и тем же рискованным портфелем, акции в совокупном рискованном портфеле будут представлены в тех же пропорциях, что и в рискованном портфеле каждого инвестора (одинаковом для всех). Если на долю акций *GM* приходится 1% в каждом, одинаковом для всех, рискованном портфеле, то в совокупном рискованном портфеле доля *GM* также составит 1%. Этот совокупный портфель, в сущности, является рыночным портфелем, поскольку рынок — не более чем совокупность всех отдельных портфелей. Поскольку каждый инвестор использует рыночный портфель в качестве оптимального рискованного портфеля, CAL в этом случае называется графиком рынка капитала, или CML, как показано на рис. 8.4.

Допустим, что оптимальный портфель наших инвесторов не включает акции какой-то компании, скажем *Delta Air Lines*. Если никого из инвесторов не привлекают акции *Delta Air Lines*, спрос на них упадет до нуля и их цена начнет стремительно падать. По мере снижения цены акций они будут казаться все более привлекательными, тогда как все другие акции будут выглядеть относительно их менее привлекательными. В конечном счете курс акций *Delta Air Lines* достигнет такого уровня, когда окажется весьма желательным включить их в оптимальный портфель акций и инвесторы начнут скупать их.

Этот процесс регулирования цен гарантирует, что в оптимальный портфель будут включены все акции. Остается единственный вопрос — вопрос цены. При одном уровне цен инвесторы будут готовы купить акции, при другом — нет. Из этого можно сделать следующий вывод: если все инвесторы хранят *одинаковый* рискованный портфель, то этот портфель должен быть *рыночным*.

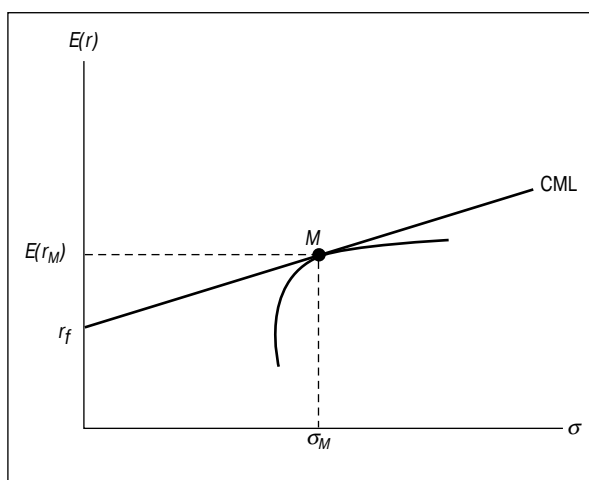


Рис. 8.4. Эффективная граница и CML

### Пассивная инвестиционная стратегия вполне эффективна

Пассивная стратегия (т.е. использование CML в качестве оптимального графика CAL) — достаточно эффективная альтернатива активной инвестиционной стратегии. Пропорции рыночного портфеля — результат заказов на “покупку” и “продажу”, ориентированных на получение прибыли. Поступление этих заказов прекращается лишь тогда, когда исчерпываются возможности получения прибыли. В нашем упрощенном мире CAPM все инвесторы в ходе анализа ценных бумаг используют одинаковые возможности. Инвестор, придерживающийся пассивной стратегии, ничего не делает, кроме того, что просто формирует у себя рыночный портфель, вполне удовлетворяясь показателями его эффективности. И действительно, инвестор, придерживающийся активной стратегии, который выбирает любой другой портфель, в результате получит менее эффективный график CAL, чем CML, используемый инвестором, предпочитающим пассивную стратегию.

#### Теорема взаимного фонда (mutual fund theorem)

*Утверждает, что всем инвесторам требуется один и тот же портфель рискованных активов, и их спрос может удовлетворить единственный взаимный фонд, активы которого и формируют подобный портфель.*

Этот результат мы иногда называем **теоремой взаимного фонда** (mutual fund theorem), поскольку он предполагает, что для удовлетворения инвестиционных потребностей всех инвесторов достаточно лишь одного взаимного фонда рискованных активов — рыночного портфеля. Теорема взаимного фонда — еще одно воплощение свойства разделения, обсуждавшегося в главе 7. Полагая, что все инвесторы принимают решение участвовать во взаимном фонде, формирующемся из акций, входящих в расчет рыночного индекса, выбор портфеля можно разделить на две составляющие: техническую сторону, когда эффективный взаимный фонд создается профессиональным менеджером, и персональную, когда распределение полного портфеля в пропорциях между взаимным

фондом рискованных активов и безрисковым активом определяется склонностью инвестора к риску. В этом случае все инвесторы соглашаются, что взаимный фонд, в котором они собираются участвовать, должен представлять собой рыночный портфель.

И если разные инвестиционные управляющие действительно формируют рискованные портфели, отличающиеся от рыночного, мы относим это отчасти за счет использования разных оценок риска и ожидаемой доходности. Тем не менее пассивный инвестор может рассматривать рыночный портфель как вполне разумное первое приближение к эффективному рискованному портфелю.

Логическая непоследовательность CAPM заключается в следующем: если пассивная стратегия экономна и эффективна, зачем в таком случае вообще нужна активная стратегия? Но если никто вообще не будет заниматься анализом ценных бумаг, следствием чего в таком случае будет эффективность вложений в рыночный портфель?

С самого начала мы признали, что CAPM упрощает реальный мир. Практическая пригодность этой модели зависит от точности ее прогнозов. Достаточно широкое ее использование может в какой-то степени служить показателем приемлемости ее прогнозов. К обсуждению этого вопроса мы вернемся в разделе 8.3. Еще подробнее мы обсудим его в главе 9.



#### Контрольный вопрос 1

Если лишь некоторые инвесторы занимаются анализом ценных бумаг, а остальные реализуют свои инвестиционные программы, формируя рыночные портфели ( $M$ ), будет ли в этом случае CML по-прежнему выполнять роль эффективного CAL для инвесторов, не занимающихся анализом ценных бумаг? Поясните свой ответ.

### Премия за риск рыночного портфеля

В главах 6 и 7 мы показали ход принятия решения индивидуальными инвесторами относительно того, сколько им следует инвестировать в рискованный портфель, если они могут использовать свои средства и на покупку того или иного безрискового актива. Возвращаясь к решению, сколько следует инвестировать в рыночный портфель  $M$  и сколько — в безрисковый актив, какой вывод можно было бы сделать относительно равновесной премии за риск для портфеля  $M$ ?

Ранее мы утверждали, что в условиях равновесия премия за риск для рыночного портфеля  $E(r_M) - r_f$  будет пропорциональна степени неприятия риска средним инвестором и риску рыночного портфеля  $\sigma_M^2$ . Теперь мы можем объяснить этот результат.

Когда инвесторы покупают акции, их спрос способствует повышению цен, что приводит к снижению ожидаемых ставок доходности и премий за риск. Но если премии за риск уменьшаются, то инвесторы, относительно несклонные к риску, будут изымать свои средства из рискованного рыночного портфеля, перемещая их в безрисковый актив. Разумеется, в условиях рыночного равновесия премия за риск рыночного портфеля должна быть достаточно высокой, чтобы побудить инвесторов приобрести доступный им объем акций, выпущенных в обращение. Если премия за риск слишком высока по сравнению со средней степенью избегания инвесторами риска, возникнет избыточный спрос на ценные бумаги и цены поднимутся; если же премия за риск окажется слишком низкой, инвесторы не смогут приобрести все акции, выпущенные в обра-

ние, и цены упадут. Таким образом, *равновесная премия за риск* (equilibrium risk premium) для рыночного портфеля пропорциональна и рыночному риску (определяемому дисперсией его доходности), и степени неприятия риска средним инвестором, обозначаемой в уравнении (8.1) символом  $A^*$ .

### Пример 8.1. Рыночный риск, премия за риск и неприятие риска

Допустим, что безрисковая ставка доходности равняется 5% и что коэффициент неприятия риска средним инвестором  $A^* = 2$ , а среднеквадратическое отклонение доходности рыночного портфеля составляет 20%. Тогда на основании уравнения 8.1 мы оцениваем равновесное значение премии за рыночный риск<sup>1</sup> как  $2 \times 0,20^2 = 0,08$ . Поэтому ожидаемая ставка рыночной доходности должна составить

$$\begin{aligned} E(r_M) &= r_f + \text{Равновесная премия за риск} = \\ &= 0,05 + 0,08 = 0,13 = 13\% . \end{aligned}$$

Если бы инвесторы были менее склонны к риску, то пришлось бы установить более высокую премию за риск, чтобы побудить их хранить акции. Например, если бы средняя степень неприятия риска равнялась 3, то премия за рыночный риск составила бы  $3 \times 0,20^2 = 0,12$ , или 12%, а ожидаемая ставка доходности равнялась бы 17%.



### Контрольный вопрос 2

Данные, касающиеся индекса *S&P 500* за прошедший период, свидетельствуют о том, что средняя дополнительная доходность казначейских векселей составила около 8,5% при среднеквадратическом отклонении порядка 20%. Каким должен быть коэффициент неприятия риска средним инвестором за этот период, если предположить, что указанные нами усредненные значения аппроксимируют ожидания инвесторов за тот же период? Какая премия за риск соответствовала бы среднеквадратическому отклонению рыночной доходности (20%) за указанный период, если бы коэффициент неприятия риска равнялся 3,5?

## Ожидаемые ставки доходности отдельных акций

SAPM основывается на предположении, что соответствующая премия за риск какого-либо актива будет определяться его “вкладом” в общий риск портфеля. Риск портфеля — вот что представляет особый интерес для инвесторов, и именно он определяет величину премии за риск, которую требуют для себя инвесторы.

Нам известно, что с помощью диверсификации несистематический риск можно уменьшить до сколь угодно низкого уровня; следовательно, инвесторы не рассчитывают на получение премии в качестве компенсации за принятие на себя несистематического риска. Они требуют лишь компенсации за принятие на себя систематического риска, который невозможно диверсифицировать. Нам известно также, что “вклад” отдельной ценной бумаги в риск крупного диверсифицированного портфеля зависит лишь от ее систе-

<sup>1</sup> Чтобы воспользоваться уравнением (8.1), мы должны выразить ставки доходности не процентами, а десятичными числами.

матического риска, определяемого  $\beta^2$ . Таким образом, не удивительно, что премия за риск некоторого актива пропорциональна коэффициенту “бета” этого актива; если, например, вы удвоите систематический риск какой-либо ценной бумаги, то должны удвоить и ее премию за риск, чтобы инвесторы по-прежнему были готовы держать у себя эту акцию. Следовательно, отношение премии за риск к коэффициенту “бета” должно быть одинаковым для любых двух ценных бумаг или портфелей.

Если бы, например, нам нужно было сравнить отношение премии за риск к систематическому риску для рыночного портфеля, коэффициент “бета” которого равен 1,0, с соответствующим отношением для акций *DEC*, мы пришли бы к выводу, что

$$\frac{E(r_M) - r_f}{1} = \frac{E(r_D) - r_f}{\beta_D}.$$

Переписывая это уравнение в другом виде, получаем **уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета”** (expected return-beta relationship) для CAPM:

$$E(r_D) = r_f + \beta_D[E(r_M) - r_f]. \quad (8.2)$$

**Уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” (expected return-beta relationship)**

*Вывод из модели CAPM о том, что премии за риск ценных бумаг (их ожидаемая дополнительная (избыточная) доходность) пропорциональны коэффициенту “бета”.*

В словесной форме это соотношение можно выразить так: ставка доходности любого актива превышает безрисковую ставку на величину премии за риск, равную мере систематического риска этого актива (его коэффициенту “бета”), умноженной на премию за риск (эталонного) рыночного портфеля. Это уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” является самым известным выражением CAPM.

Уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” в CAPM играет чрезвычайно важную роль. Исходя из него, мы предполагаем, например, что премия за риск акции с высокой дисперсией, но относительно низким значением  $\beta$ , равным 0,5, составляет одну треть премии за риск ценной бумаги с низкой дисперсией,  $\beta$  которой равняется 1,5. Таким образом, уравнение (8.2) является количественным выражением вывода, сделанного нами в главе 7; этот вывод заключался в том, что для инвесторов, которые могут диверсифицировать свой портфель, имеет значение лишь систематический риск, и что систематический риск измеряется коэффициентом “бета” соответствующей акции.

**Пример 8.2. Ожидаемая доходность и премия за риск**

Допустим, что премия за риск рыночного портфеля составляет 9%, а коэффициент “бета” акций *DEC* по нашим оценкам равняется  $\beta_D = 1,3$ . Следовательно, премия за риск, прогнозируемая для этих акций, равняется премии за рыночный риск, умноженной на 1,3, т.е.  $1,3 \times 9\% = 11,7\%$ . Ожидаемая ставка доходности *DEC* равняется безрисковой ставке плюс премия за ее риск. Если бы, например, ставка по казначейским векселям

<sup>2</sup> Это выражение справедливо в случае достаточного количества ценных бумаг, когда диверсификация сводит весь несистематический риск к нулю. На столь высокодиверсифицированном рынке, как рынок США, это условие выполняется практически всегда.

равнялась 5%, то ожидаемая ставка доходности равнялась бы  $5\% + 11,7\% = 16,7\%$ , или, если непосредственно воспользоваться уравнением 8.2:

$$E(r_D) = r_f + \beta_D[\text{Премия за рыночный риск}]$$

$$= 5\% + 1,3 \times 9\% = 16,7\% .$$

Если бы коэффициент “бета” *DEC* по нашим оценкам равнялся лишь 1,2, то требуемая премия за риск для *DEC* снизилась бы до 10,8%. Аналогично, если бы премия за рыночный риск составляла лишь 8%, а  $\beta_D = 1,3$ , то требуемая премия за риск для *DEC* составила бы лишь 10,4%.

То обстоятельство, что немногие из реальных инвесторов, в действительности держат у себя рыночный портфель, вовсе не обязательно означает несостоятельность САРМ. Из материала главы 7 вы, наверное, помните, что достаточно хорошо диверсифицированные портфели практически устраняют риск, специфический для конкретной фирмы, и подвержены воздействию лишь систематического или рыночного риска. Даже если инвестору не удалось сформировать в точности рыночный портфель, любой хорошо диверсифицированный портфель будет настолько высоко коррелирован с рынком, что коэффициент “бета” акций будет по-прежнему оставаться вполне достоверной мерой риска.

Некоторые исследователи доказали возможность применения модифицированных версий САРМ несмотря на различия между отдельными инвесторами, приводящие к тому, что разные инвесторы предпочитают разные портфели. Бреннан (Brennan, 1970) анализирует влияние различий в личных налоговых ставках инвесторов на равновесие рынка. Майерс (Mayers, 1972) рассматривает влияние активов, не подлежащих купле-продаже, таких как человеческий капитал (способность приносить прибыль). Оба исследователя показали, что несмотря на то, что рыночный портфель уже не является оптимальным рискованным портфелем каждого из инвесторов, модифицированная версия уравнения “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” по-прежнему остается в силе.

Если уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” соблюдается для любого отдельно взятого актива, то оно должно соблюдаться и для любого сочетания активов. Коэффициент “бета” любого портфеля представляет собой просто взвешенное среднее коэффициентов “бета” акций, входящих в состав этого портфеля, причем в качестве весовых коэффициентов используются инвестиционные пропорции данного портфеля. Это значение  $\beta$  также обуславливает премию за риск данного портфеля в соответствии с уравнением (8.2).

### Пример 8.3. Коэффициент “бета” портфеля и премия за риск

Рассмотрим следующий вариант портфеля

Актив	Коэффициент “бета”	Премия за риск (%)	Вес в портфеле
<i>Microsoft</i>	1,2	9,0	0,5
<i>Con Edison</i>	0,8	6,0	0,3
Золото	0,0	0,0	0,2
Портфель	0,84	?	1,0

Если премия за рыночный риск составляет 7,5%, то в соответствии с САРМ премия за риск этого портфеля равняется  $0,84 \times 7,5\% = 6,3\%$ . Это тот же результат, который можно получить, определив взвешенное среднее премий за риск по отдельным акциям. (Предоставляем вам возможность убедиться в этом самостоятельно.)

**Предостережение.** Нередко приходится слышать, что фирмы с высоким качеством менеджмента обеспечивают высокие ставки доходности. Это действительно так, если измерять доходность инвестиций *фирмы* в здания или оборудование. Однако CAPM прогнозирует доходность инвестиций в *акции* фирмы.

Допустим, всем известно, что в какой-то фирме руководство хорошо справляется со своими обязанностями. Следовательно, цена акций такой фирмы должна расти, и прибыли акционеров, покупающих акции по столь высоким ценам, не могут быть очень уж значительными. Курс ценных бумаг отражают общедоступную информацию о перспективах соответствующей фирмы, но только риск компании (измеряемый коэффициентом “бета” в контексте CAPM) способен влиять на *ожидаемую ставку доходности*. На рациональном рынке инвесторы получают высокую ожидаемую доходность лишь в случае, если они готовы принять на себя риск.



### Контрольный вопрос 3

Допустим, что премия за риск рыночного портфеля оценивается на уровне 8% при среднеквадратическом отклонении 22%. Какой будет премия за риск портфеля, 25% которого инвестировано в *GM* (коэффициент “бета” – 1,15), а 75% – в *Ford* (коэффициент “бета” – 1,25)?

## Линия доходности рынка ценных бумаг

Уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” можно рассматривать как уравнение “вознаграждение–риск”. Коэффициент “бета” акции является подходящей мерой ее риска, поскольку он пропорционален риску, вносимому соответствующей ценной бумагой в оптимальный рискованный портфель.

Инвесторы измеряют риск оптимального рискованного портфеля по его среднеквадратическому отклонению. В реальном мире каждый инвестор рассчитывает на то, что вознаграждение или премия за риск отдельных активов будет зависеть от риска, вносимого каждым отдельным активом в портфель в целом. Поскольку коэффициент “бета” любой акции определяет ее вклад в среднеквадратическое отклонение рыночного портфеля, можно ожидать, что премия за риск будет функцией коэффициента “бета”. CAPM подтверждает эту догадку и, идя еще дальше, доказывает, что премия за риск акции прямо пропорциональна как коэффициенту “бета”, так и премии за риск рыночного портфеля. Иными словами, премия за риск равняется  $\beta[E(r_M) - r_f]$

### Линия доходности рынка ценных бумаг (Security Market Line — SML)

Графическое представление уравнения “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” в CAPM.

Уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” можно представить графически (рис. 8.5). Такое графическое представление называется **линией доходности рынка ценных бумаг** (Security Market Line — SML). Ее угловой коэффициент равняется премии за риск рыночного портфеля. Точке на горизонтальной оси, где  $\beta = 1,0$  (коэффициент “бета” рыночного портфеля), соответствует точка на вертикальной оси, отображающая ожидаемую доходность рыночного портфеля.



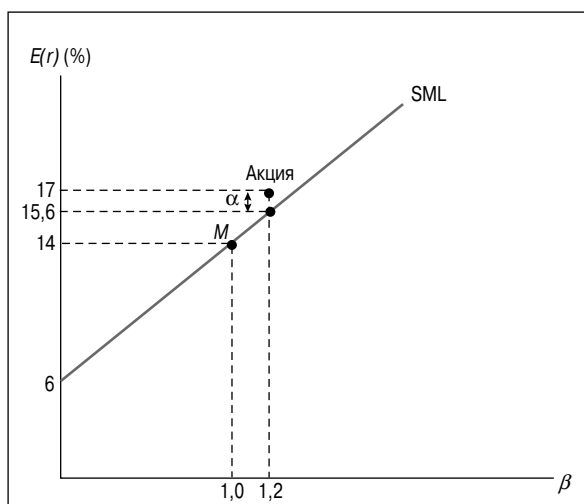


Рис. 8.5. Линия доходности рынка ценных бумаг и акции с положительным значением коэффициента "альфа"

Полезно сравнить линию доходности рынка ценных бумаг (SML) с графиком рынка капитала (CML). CML отображает премию за риск эффективных портфелей (т.е. полных портфелей, составленных из рискованного рыночного портфеля и безрискового актива) как функцию среднеквадратического отклонения портфеля. Это вполне допустимо, поскольку среднеквадратическое отклонение — допустимая мера риска для портфелей, являющихся кандидатами на роль полного портфеля инвестора (т.е. портфеля в целом).

SML показывает зависимость премий за риск отдельных финансовых активов от их риска. Подходящей мерой риска для отдельных ценных бумаг (компонентов хорошо диверсифицированного портфеля) является вклад соответствующей акции в среднеквадратическое отклонение портфеля, измеряемое ее  $\beta$ . SML действительна и для портфелей, и для отдельных акций.

SML служит эталоном для оценки эффективности инвестиций. При заданном риске инвестиций в акции, измеряемом ее коэффициентом "бета", SML обеспечивает требуемую ставку доходности, которая предоставляет инвесторам компенсацию за риск этой инвестиции, а также за изменение стоимости денег во времени.

Поскольку SML — графическое представление уравнения "ожидаемая доходность—коэффициент "бета", то акции, на которые установлены "справедливые" цены, расположены точно на SML. Их ожидаемая доходность полностью соответствует их риску. В тех случаях, когда соблюдаются условия CAPM, все ценные бумаги должны располагаться на SML (при условии рыночного равновесия). Акции, цены которых завышены, располагаются выше SML: при заданных  $\beta$  таких акций их ожидаемые ставки доходности выше значений, указываемых CAPM. Акции, цены которых занижены, располагаются ниже SML. Разница между "справедливыми" и фактическими ожидаемыми ставками доходности акций называется коэффициентом "альфа" (alpha) этих акций.

#### Коэффициент "альфа", (alpha)

Разница между ожидаемой доходностью ценной бумаги и ее равновесной ожидаемой доходностью, прогнозируемой какой-либо моделью, например CAPM или APT.

#### Пример 8.4. Коэффициент “альфа” акции

Допустим, что рыночная доходность составит 14%, коэффициент “бета” акций — 1,2, а ставка доходности казначейских векселей — 6%. В этом случае прогноз ожидаемой доходности этих акций в соответствии с SML окажется таким:

$$\begin{aligned} E(r) &= r_f + \beta[E(r_M) - r_f] = \\ &= 6 + 1,2(14 - 6) = 15,6\% . \end{aligned}$$

Если инвестор полагает, что доходность акций должна быть не 15,6%, а 17%, то предполагаемый коэффициент “альфа” составит 1,4%, как показано на рис. 8.2.

### Применения CAPM

Одна из возможных областей применения CAPM — управление инвестициями. Допустим, что SML используется как эталон для определения *истинной, справедливой (fair)* ожидаемой ставки доходности какого-либо рискованного актива. Затем финансовый аналитик вычисляет ставку доходности, которую он фактически ожидает. Обратите внимание, что при этом мы отходим от упрощенного мира CAPM, поскольку для получения “исходных данных” часть инвесторов используют свой собственный анализ. В результате “исходные данные” этих инвесторов отличаются от “исходных данных” их конкурентов. Если предполагается, что какие-то акции окажутся удачной покупкой (т.е. являются недооцененными), то значение коэффициента “альфа” будет положительной величиной (т.е. ожидаемая инвестором доходность превысит объективную доходность, определяемую равновесной моделью ценообразования активов — SML).

CAPM приносит немалую пользу и в случае планирования долгосрочных инвестиций. Если фирма рассматривает возможность реализации нового проекта, то CAPM позволяет вычислить ставку доходности, которую должен обеспечивать проект, чтобы оказаться приемлемым для инвесторов. Менеджеры могут использовать CAPM для получения такой предельной внутренней ставки доходности (Internal Rate of Return — IRR) или минимальной ставки доходности, которая требуется для одобрения инвестиционного проекта (hurdle rate).

#### Пример 8.5. CAPM и планирование долгосрочных инвестиций

Допустим, что компания *Silverado Springs Inc.* хочет построить новый завод по производству безалкогольных напитков. Соответствующий бизнес-план исходит из IRR инвестиций на уровне 14%. Исследования показывают, что коэффициент “бета” схожих компаний — 1,3. Таким образом, если безрисковая ставка — 4%, а рыночная премия за риск — 8%, то минимальная ставка доходности, которая требуется для одобрения этого инвестиционного проекта, составит  $4 + 1,3 \times 8 = 14,4\%$ . Поскольку IRR в нашем случае оказывается меньше ставки дисконтирования с поправкой на риск (или минимальной ставки доходности, которая требуется для одобрения инвестиционного проекта), данный проект характеризуется отрицательной чистой приведенной стоимостью и должен быть отвергнут.

Еще одна область применения CAPM — определение показателей доходности для предприятий, оказывающих коммунальные услуги. В этом случае задача заключается в том, чтобы определить ставку доходности инвестиций в свой бизнес для предприятий, цены на услуги которых регулируются государством.

### Пример 8.6. CAPM и государственное регулирование

Допустим, что величина акционерного капитала компании – 100 миллионов долларов, а коэффициент “бета” акций составляет 0,6. Если ставка доходности казначейских векселей равняется 6%, а премия за рыночный риск – 8%, то объективная годовая прибыль составляет  $6 + (0,6 \times 8) = 10,8\%$  от 100 миллионов долларов, или 10,8 миллиона долларов. Поскольку регулирующие органы согласны с положениями CAPM, они разрешают этой коммунальной службе устанавливать цены на свои услуги на уровне, который, как ожидается, будет обеспечивать именно такую прибыль.



### Контрольный вопрос 4

- Ожидаемая ставка доходности акций XYZ – 12%, а риск, определяемый коэффициентом “бета”, равняется  $\beta = 1,0$ . Ожидаемая ставка доходности акций ABC равняется 13%, а риск равняется 1,5. Ожидаемая рыночная доходность равняется 11%, а  $r_f = 5\%$ . Какие из этих акций выгоднее покупать (в соответствии с CAPM)? Каково значение коэффициента “альфа” каждой из этих акций? Постройте SML, укажите позиции этих двух акций и отобразите на графике их коэффициенты “альфа”.
- Безрисковая ставка равняется 8%, а ожидаемая доходность рыночного портфеля – 16%. Фирма рассматривает возможность реализации инвестиционного проекта, оценочная величина коэффициента “бета” которого равняется 1,3. Какова требуемая ставка доходности этого проекта? Каково значение коэффициента “альфа” этого проекта, если его IRR равняется 19%?

## 8.3. ЦЕНОВАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА КАПИТАЛА И ИНДЕКСНЫЕ МОДЕЛИ

У CAPM есть два ограничения. Она исходит из существования теоретического рыночного портфеля, который включает *все* активы (недвижимость, зарубежные акции и т.п.) и рассматривает *ожидаемые*, а не фактические ставки доходности. Чтобы реализовать на практике положения CAPM, придадим ей форму *индексной модели* (index model) и используем фактические, а не ожидаемые ставки доходности.

В индексной модели для отображения макроэкономических факторов используется не теоретический рыночный портфель, а фактические портфели акций (такие как S&P 500). Важное преимущество индексных моделей заключается в том, что конкретный состав и доходность индекса носят однозначный характер и легко поддаются измерению.

В отличие от индексной модели, CAPM целиком базируется на понятии “рыночного портфеля”. Однако, поскольку многие активы не продаются и не покупаются, инвесторы не имели бы полного доступа к рыночному портфелю, даже если у них была бы возможность точно определить его состав. Таким образом, теория, на которой базируется CAPM, покоится на весьма шатком фундаменте, если исходить из реальных условий бизнеса. Однако, как и в науке вообще, теория имеет право на жизнь, если прогнозируемые ею результаты аппроксимируют явления реального мира с достаточной степенью точности. В частности, надежды, возлагаемые нами на рыночный портфель, не должны слишком тревожить нас, если мы уверены в том, что

прогнозы CAPM обладают необходимой точностью при использовании портфеля акций, лежащих в основе расчета индекса.

Начать можно с одного из базовых положений CAPM: рыночный портфель эффективен с точки зрения критерия “доходность–риск”. Для проверки этой гипотезы можно воспользоваться индексной моделью, убедившись в том, что индекс, выбранный, чтобы представлять рынок в целом, является портфелем, эффективным по критерию “доходность–риск”.

Еще один аспект CAPM заключается в том, что на ее основе можно спрогнозировать взаимосвязи между *ожидаемыми* ставками доходности, тогда как мы можем наблюдать лишь достигнутые (за прошедший период) ставки доходности за период владения активами; фактические ставки доходности за конкретный период владения редко совпадают (если вообще совпадают) с первоначальными ожиданиями. Чтобы убедиться в эффективности индексного портфеля по критерию “доходность–риск”, нам нужно было бы показать, что коэффициент “премия за изменчивость” этого индексного портфеля не может быть превзойден никаким другим портфелем. Однако коэффициент “премия за изменчивость” устанавливается на основе ожиданий, а измерить его можно только на основе достигнутых результатов.

### Индексная модель, фактическая доходность и уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета”

Для того чтобы перейти от модели, основанной на ожидаемых значениях переменных, к модели, основанной на фактической доходности, начнем с определенной формы уравнения регрессии с одним индексом, выраженного с помощью фактической дополнительной доходности (это уравнение подобно уравнению (7.6) в главе 7):

$$r_i - r_f = \alpha_i + \beta_i(r_M - r_f) + e_i, \quad (8.3)$$

где  $r_i$  — ставка доходности за период владения (Holding-Period Return — HPR) активом  $i$ , а  $\alpha_i$  — отрезок, отсекаемый на вертикальной оси, и  $\beta_i$  — угловой коэффициент линии регрессии, которая устанавливает взаимосвязь между фактической дополнительной доходностью актива  $i$  и фактической дополнительной доходностью рыночного индекса. Доходность индекса обозначаем символом  $r_M$ , подчеркивая тем самым, что индексный портфель выполняет роль “заменителя” рынка. При содействии члена уравнения  $e_i$  выявляется влияние на доходность акции факторов, специфических для конкретной фирмы; этот член выражает отклонение достигнутой HPR ценной бумаги  $i$  от линии регрессии, т.е. отклонение от прогноза, который объясняет поведение HPR индекса. Уравнение представлено в показателях *дополнительной* доходности (по сравнению с безрисковой ставкой,  $r_f$ ), чтобы обеспечить соответствие с логикой премий за риск, используемой в CAPM.

Учитывая, что CAPM описывает *ожидаемые* ставки доходности активов, обратимся к ожидаемой ставке доходности ценной бумаги  $i$ , прогнозируемой уравнением (8.3). Вспомним, что ожидаемое значение  $e_i$  равно нулю (ожидается, что среднее значение “неожиданностей”, специфических для конкретной фирмы, на длительном отрезке времени равняется нулю), поэтому рассматриваемая нами взаимосвязь (с точки зрения ожидаемых показателей), будет иметь следующий вид:

$$E(r_i) - r_f = \alpha_i + \beta_i[E(r_M) - r_f]. \quad (8.4)$$

Сравнивая это выражение с уравнением “ожидаемая доходность–коэффициент“бета” (уравнение (8.2)) для CAPM, нетрудно заметить, что в нем значение  $\alpha_i$  принимается равным нулю. Таким образом, мы выполнили преобразование прогноза на основе CAPM, использующего недоступные нам значения ожидаемой доходности ценных бумаг и рыночного портфеля, в прогноз, для которого мы можем взять значения отрезка, отсекаемого на вертикальной оси линией регрессии доступных нам переменных: фактической дополнительной доходности ценной бумаги относительно дополнительной доходности заданного индекса.

Однако представление CAPM в форме индексной модели имеет один существенный недостаток. Если отрезок, отсекаемый на вертикальной оси линией регрессии значений доходности, существенно отличается от нуля, вы не можете установить причину этого: выбор неподходящего индекса для аппроксимации рынка или “не срабатывает” теория.

На практике выявлено лишь несколько случаев устойчивых положительных и достаточно больших значений  $\alpha$ . Эти ситуации мы обсудим в главе 9. К ним, в частности, относятся следующие: различия между акциями мелких и крупных компаний; акции компаний, которые недавно объявили о получении неожиданно высоких прибылей; акции с высокими показателями отношения “балансовая стоимость акции–рыночная стоимость акции”; акции, которые недавно резко упали в цене. Однако будущие значения “альфа” практически невозможно прогнозировать на основе предыдущих значений. Из сказанного понятно, почему индексные модели столь широко используются для представления ценовой модели рынка капитала (CAPM).

### Оценка индексной модели

Уравнение (8.3) показывает, как фактически определить рыночный и специфический риски акции. Допустим, что мы отмечаем дополнительную доходность рыночного индекса и некоей акции в течение ряда периодов. В качестве примера мы используем месячные показатели дополнительной доходности индекса *S&P 500* и акции *GM* за определенный год. Результаты, полученные за период выборки, можно представить в виде диаграммы разброса точек, как показано на рис. 8.6.

Горизонтальная ось на рис. 8.3 соответствует показателям дополнительной доходности (по сравнению с безрисковой ставкой) рыночного индекса, вертикальная ось — показателям дополнительной доходности интересующего нас инструмента (в нашем примере — акции *GM*). Каждая конкретная точка на этой диаграмме разброса соответствует определенной паре значений дополнительной доходности (одно из этих значений относится к рыночному индексу, а другое — к акциям *GM*) в течение некоторого периода. Эти точки пронумерованы от 1 до 12 и представляют показатели дополнительной доходности индекса *S&P 500* и акции *GM* за каждый месяц, с января по декабрь. Модель с единственным индексом предусматривает, что взаимосвязь между показателями дополнительной доходности индекса *S&P 500* и акции *GM* задается выражением

$$R_{GMt} = \alpha_{GM} + \beta_{GM} R_{Mt} + e_{GMt}.$$

Нетрудно заметить схожесть этого уравнения с уравнением регрессии.

В уравнении линейной регрессии с одной переменной зависимая переменная колеблется в пределах прямой линии с параметрами  $\alpha$  (отрезок, отсекаемый на вертикальной оси) и  $\beta$  (угловой коэффициент, тангенс угла наклона). Отклонения от этой прямой ли-

нии,  $e_i$ , считаются взаимно независимыми, а также независимыми от переменной в правой части уравнения. Поскольку эти предположения не отличаются от предположений индексной модели, эту индексную модель можно рассматривать как регрессионную. Чувствительность доходности акций  $GM$  к рыночной доходности, измеряемая коэффициентом  $\beta_{GM}$ , представляет собой угловой коэффициент линии регрессии. Отрезок, отсекаемый линией регрессии на вертикальной оси, равняется  $\alpha$  (этот член представляет среднюю доходность, специфическую для конкретной фирмы), а отклонения конкретных наблюдений от линии регрессии обозначаются  $e$ . Эти *остаточные значения доходности* (*остаточной, специфической доходности*) (residuals) представляют собой разности между фактической доходностью акций и доходностью, прогнозируемой с помощью уравнения регрессии, описывающего обычную взаимосвязь между данными акциями и рынком; следовательно, они измеряют влияние событий, специфических для конкретной фирмы, на протяжении определенного месяца. Интересующие нас параметры  $\alpha$ ,  $\beta$  и  $\text{Var}(e)$  (т.е. дисперсию остаточной доходности) можно оценить с помощью стандартных методов регрессии.

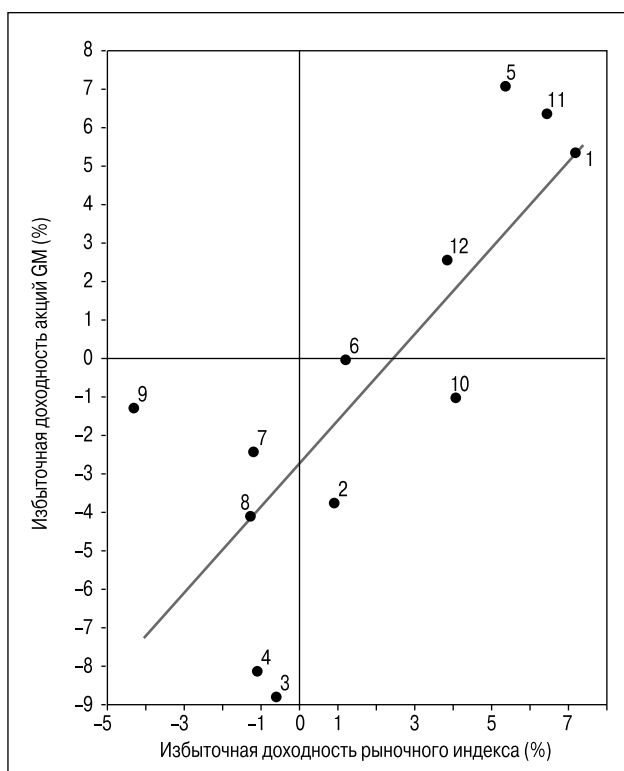


Рис. 8.6. Характеристическая линия для акций  $GM$

**Характеристическая линия ценной бумаги (Security Characteristic Line – SCL)**

График ожидаемой избыточной или дополнительной (сверх безрисковой ставки) доходности ценной бумаги как функции от дополнительной рыночной доходности.

Оценка уравнения регрессии для модели с единственным индексом позволяет нам получить **характеристическую линию ценной бумаги** (Security Characteristic line — SCL), которая изображена на рис. 8.6. (Результаты регрессии и исходные данные представлены в табл. 8.5.) SCL — это график типичной дополнительной или избыточной (сверх безрисковой ставки) доходности некоторой ценной бумаги как функции избыточной рыночной доходности.

**Таблица 8.5. Характеристическая линия для акций GM**

Месяц	Ставка доходности GM	Рыночная доходность	Месячная ставка доходности казначейских векселей	Дополнительная доходность GM	Дополнительная рыночная доходность									
Январь	6,06	7,89	0,65	5,41	7,24									
Февраль	-2,86	1,51	0,58	-3,44	0,93									
Март	-8,18	0,23	0,62	-8,79	-0,39									
Апрель	-7,36	-0,29	0,72	-8,08	-1,01									
Май	7,76	5,58	0,66	7,10	4,92									
Июнь	0,52	1,73	0,55	-0,03	1,18									
Июль	-1,74	-0,21	0,62	-2,36	-0,83									
Август	-3,00	-0,36	0,55	-3,55	-0,91									
Сентябрь	-0,56	-3,58	0,60	-1,16	-4,18									
Октябрь	-0,37	4,62	0,65	-1,02	3,97									
Ноябрь	6,93	6,85	0,61	6,32	6,24									
Декабрь	3,08	4,55	0,65	2,43	3,90									
Среднее значение	0,02	2,38	0,62	-0,60	1,76									
Среднеквадратическое отклонение	4,97	3,33	0,05	4,97	3,32									
Результаты регрессии														
$r_{GM} - r_f = \alpha + \beta(r_M - r_f)$														
<table border="0"> <tr><td></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>\beta</math></td></tr> <tr><td>Оценочное значение коэффициента</td><td>-2,590</td><td>1,1357</td></tr> <tr><td>Среднеквадратическая ошибка оценки</td><td>(1,547)</td><td>(0,309)</td></tr> </table>							$\alpha$	$\beta$	Оценочное значение коэффициента	-2,590	1,1357	Среднеквадратическая ошибка оценки	(1,547)	(0,309)
	$\alpha$	$\beta$												
Оценочное значение коэффициента	-2,590	1,1357												
Среднеквадратическая ошибка оценки	(1,547)	(0,309)												
Дисперсия специфической доходности = 12,601														
Среднеквадратическое отклонение специфической доходности = 3,550														
$R^2 = 0,575$														

Показанная здесь выборка показателей доходности за 12 месяцев, конечно, слишком мала, чтобы получить на ее основе надежные статистические данные. Мы используем ее лишь в иллюстративных целях. Для этого периода выборки мы находим, что коэффициент “бета” акций GM, определяемый наклоном линии регрессии, равняется 1,1357, а отрезок, отсекаемый этой SCL на вертикальной оси, равняется –2,59% за месяц.

Для каждого месяца наша оценка остаточной доходности  $e$ , которая представляет собой отклонение дополнительной доходности акций GM от прогноза, который дает SCL, равняется:

Остаточная доходность = Фактическое значение – Прогнозируемая доходность

$$e_{GM_t} = R_{GM_t} - (\beta_{GM} R_{M_t} + \alpha_{GM}).$$

Эти остаточные значения представляют собой оценки ежемесячного компонента доходности акций GM, специфического для конкретной фирмы. Следовательно, дисперсию, специфическую для конкретной фирмы, можно оценить выражением<sup>3</sup>:

$$\sigma^2(e_{GM}) = \frac{1}{10} \sum_{t=1}^{12} e_t^2 = 12,60.$$

Таким образом, среднеквадратическое отклонение специфической доходности акций GM,  $\sigma(e_{GM})$  равняется 3,55% в месяц.

**Таблица 8.6. Истинные параметры ценных бумаг**

**А. Рыночный индекс**

Ожидаемая дополнительная доходность (сверх доходности казначейских векселей),  $E(R_M) = 8\%$

Среднеквадратическое отклонение дополнительной доходности,  $\sigma(R_M) = 20\%$

**В. Отдельные акции**

	Коэффициент “бета”	Среднеквадратическое отклонение специфической доходности, (e) (%)	Общее среднеквадратическое отклонение доходности* (%)
Акции А	1,30	54,07	60
Акции В	0,70	37,47	40

\*Среднеквадратическое отклонение равно  $[\beta^2 \sigma_M^2 + \sigma^2(e)]^{1/2}$ .

Акции А:  $[1,3^2 \times 20^2 + 54,07^2]^{1/2} = 60\%$

Акции В:  $[0,7^2 \times 20^2 + 37,47^2]^{1/2} = 40\%$

**С. Казначейские векселя**

Среднее значение за период выборки – 5%

Месячная дисперсия приводит к среднеквадратическому отклонению 1,5% по всем месяцам

<sup>3</sup> Поскольку среднее значение  $e_t$  равняется нулю,  $e_t^2$  — квадрат отклонения от среднего значения. Таким образом, среднее значение  $e_t^2$  — оценка дисперсии компонента, специфического для конкретной фирмы. Мы делим сумму остаточных значений в квадрате на количество степеней свободы регрессии,  $n - 2 = 12 - 2 = 10$ , чтобы получить несмещенную оценку  $\sigma^2(e)$ .



## Ценовая модель рынка капитала и индексная модель

Мы познакомили наших читателей с CAPM и продемонстрировали сферу ее применения, а также увидели, как получить значение коэффициента “бета” при условии дополнительного упрощения индексной модели доходности акций. Разумеется, когда мы оцениваем статистические свойства доходности ценных бумаг (например коэффициент “бета” или дисперсию) на основе данных за прошедший период, то неминуемо сталкиваемся с ошибкой выборки. Параметры регрессии — единственный вид оценок и с ними неизбежно связаны некоторые неточности.

В этом разделе мы объединили значительную часть предыдущего материала, представив его в виде расширенного примера. Мы показываем, как использовать данные за предшествующий период в сочетании с CAPM. Кроме того, мы расскажем нашим читателям о некоторых опасностях, подстерегающих их на этом пути.

Допустим, что в табл. 8.6 заданы *истинные* (true) параметры для двух акций, *A* и *B*, и рыночного индекса. Однако инвесторы не могут получить эту информацию непосредственно. Они должны выяснить эти параметры с помощью ставок доходности за предшествующий период.

Для того чтобы проиллюстрировать задачу, которая стоит перед инвестором, мы сначала выполняем 24 возможных наблюдения, касающиеся безрисковой ставки и рыночного индекса. С помощью генератора случайных чисел из программного пакета электронных таблиц (можно, например, воспользоваться “инструментами анализа данных” в Microsoft Excel) мы извлекаем 24 наблюдения из нормального распределения. Эти случайные числа свидетельствуют о том, что фактические ставки доходности будут отличаться от их ожидаемых значений: это так называемый “статистический шум”, который сопутствует всем данным о доходности в реальном мире. Для безрисковой ставки мы устанавливаем среднее значение на уровне 5%, а среднее квадратическое отклонение — на уровне 1,5%; полученные результаты указаны в первом столбце табл. 8.7. Затем выполняем 24 наблюдения, касающиеся избыточной (дополнительной) доходности рыночного индекса; ее среднее значение устанавливаем на уровне 8%, а среднее квадратическое отклонение — на уровне 20%. Эти наблюдения зафиксированы во втором столбце табл. 8.7.

Нижние четыре строки в табл. 8.7 показывают истинные значения средних и среднее квадратических отклонений, а также фактические средние и среднее квадратические отклонения по выборке. Как и следовало ожидать, средние и среднее квадратические отклонения по выборке достаточно близки к истинным параметрам данного распределения вероятностей (хотя и не полностью совпадают с ними). Это отражает статистическую вариацию, порождающую ошибку выборки.

Далее нам нужно получить значения дополнительной доходности для акций *A* и *B*, которые были бы совместимы с CAPM. В соответствии с CAPM доходность любой акции задается выражением:

$$r - r_f = \beta(r_M - r_f) + e$$

или, используя для обозначения дополнительной доходности заглавные буквы, получаем:

$$R = \beta R_M + e.$$

Таким образом, из CAPM следует, что в уравнении (8.3) коэффициент “альфа” равняется нулю. Если заданы значения  $\beta$  и  $R_M$ , то для получения моделируемой выборки показателей доходности для каждой акции нам требуются лишь случайные остаточные значения  $e$ . Воспользовавшись генератором случайных чисел еще раз, получим 24 наблюдения остаточных значений для акций *A* из нормального распределения с нулевым средним

и среднеквадратическим отклонением, равным 54,07%. Эти наблюдения зафиксированы в третьем столбце табл. 8.7. Аналогично, полученные с помощью генератора случайных чисел остаточные значения для акций В используют среднеквадратическое отклонение, равное 37,47%, и представлены в четвертом столбце табл. 8.7.

**Таблица 8.7. Данные моделирования, позволяющие оценить характеристическую линию ценной бумаги (исходные данные получены с помощью генератора случайных чисел)**

	Ставка доходности казначейских векселей	Избыточная доходность индекса	Остаточные значения для каждой акции		Дополнительная доходность	
			Акции А	Акции В	Акции А	Акции В
	5,97	-3,75	7,52	44,13	2,64	41,50
	4,45	-9,46	26,14	-38,79	13,85	-45,41
	3,24	26,33	18,09	-65,43	52,32	-46,99
	5,70	6,06	-0,88	69,24	7,00	73,49
	3,89	38,97	48,37	61,51	99,03	88,78
	5,56	-1,35	-30,80	26,25	-32,56	25,30
	5,03	-24,18	-10,74	0,93	-42,18	-16,00
	2,70	15,20	68,91	-18,53	88,66	-7,89
	5,57	39,52	-14,09	16,80	37,29	44,46
	5,94	-2,84	0,43	-36,15	-3,26	-38,14
	4,41	-0,97	73,75	-20,33	72,48	-21,01
	4,43	29,82	25,31	68,88	64,08	89,76
	2,88	0,73	-83,07	-10,82	-82,13	-10,31
	5,77	16,54	-33,45	43,85	-11,95	55,43
	2,85	-39,43	60,21	-11,82	8,95	-39,42
	5,11	-4,94	3,84	2,95	-2,59	-0,51
	5,89	3,01	47,37	12,80	51,29	14,91
	7,96	36,98	-32,91	-30,88	15,16	-4,99
	7,13	42,22	-58,15	-58,68	-3,26	-29,12
	3,46	24,67	77,05	3,89	109,11	21,15
	4,72	-11,64	-51,49	-16,87	-66,62	-25,02
	4,21	19,15	14,06	-18,79	38,95	-5,39
	5,27	-19,13	-80,44	59,07	-105,31	45,69
	6,05	5,05	-91,90	-67,83	-85,33	-64,29
Истинная средняя до- ходность	5,00	8,00	0,00	0,00	10,40	5,60
Истинное среднеквад- ратическое отклонение	1,50	20,00	54,07	37,47	60,00	40,00
Средняя доходность выборки	4,93	7,77	-0,70	0,64	9,40	6,08
Среднеквадратическое отклонение выборки	1,34	21,56	50,02	41,48	58,31	43,95

**Таблица 8.8. Регрессионный анализ для акций А**

	Коэффициенты	Среднеквадратическая ошибка	t-критерий
$\alpha$ – акции А	-0,46	11,12	-0,04
$\beta$ – акции А	1,27	0,50	2,52

<b>Остаточная (специфическая) доходность акции А</b>			
Наблюдение	Предсказанное значение доходности А	Остаточная доходность	Фактическая доходность
1	-5,22	7,86	2,64
2	-12,45	26,29	13,85
3	32,93	19,40	52,32
4	7,23	-0,23	7,00
5	48,94	50,08	99,03
6	-2,17	-30,38	-32,56
7	-31,12	-11,05	-42,18
8	4,86	69,50	74,36
9	49,65	-12,36	37,29
10	-4,06	0,80	-3,26
11	-1,69	74,17	72,48
12	37,35	26,73	64,08
13	0,46	-82,59	-82,13
14	20,51	-32,46	-11,95
15	-50,45	59,40	8,95
16	-6,73	4,14	-2,59
17	3,36	47,92	51,29
18	46,43	-31,27	15,16
19	53,08	-56,33	-3,26
20	30,82	78,30	109,11
21	-15,22	-51,40	-66,62
22	23,81	15,13	38,95
23	-15,83	-80,38	-96,21
24	5,95	-91,28	-85,33

Значения дополнительной доходности для акций А и В вычисляются умножением дополнительной доходности рыночного индекса на коэффициент “бета” и добавлением специфической доходности. Соответствующие результаты представлены в последних двух столбцах табл. 8.7. Таким образом, первые и последние два столбца табл. 8.7 соответствуют тому типу данных за прошедший период, который мы могли бы наблюдать, если бы CAPM адекватно описывала равновесное состояние рынка капитала. Приведенные здесь числа взяты из распределения вероятностей, соответствующего CAPM, однако

из-за наличия остаточной (специфической) доходности CAPM неточно отражает рассматриваемую ситуацию по причине ошибки выборки.

Затем мы используем программу регрессии (как и в предыдущем случае, из меню “анализ данных”, предусмотренного в наших электронных таблицах) для получения регрессии дополнительной доходности каждой акции как функции дополнительной доходности индекса. Стандартная программа регрессии позволяет нам сохранить прогнозируемую ставку доходности для каждой акции (исходя из рыночной доходности за соответствующий период), а также остаточные значения доходности в уравнении регрессии. Эти значения, а также статистика регрессии представлены в табл. 8.8 для акций А и в табл. 8.9 — для акций В.

**Таблица 8.9. Регрессионный анализ для акций В**

	Коэффициенты	Среднеквадратическая ошибка	t-критерий
$\alpha$ – акции В	0,39	9,22	0,04
$\beta$ – акции В	0,73	0,42	1,76

<b>Остаточная (специфическая) доходность акции В</b>			
Наблюдение	Предсказанное значение доходности В	Остаточная доходность	Фактические ставки доходности
1	-2,36	43,87	41,50
2	-6,55	-38,86	-45,41
3	19,70	-66,69	-46,99
4	4,83	68,65	73,49
5	28,96	59,82	88,78
6	-0,60	25,91	25,30
7	-17,35	1,35	-16,00
8	3,46	-19,05	-15,59
9	29,37	15,09	44,46
10	-1,70	-36,45	-38,14
11	-0,33	-20,68	-21,01
12	22,25	67,50	89,76
13	0,92	-11,23	-10,31
14	12,52	42,91	55,43
15	-28,52	-10,90	-39,42
16	-3,24	2,72	-0,51
17	2,60	12,31	14,91
18	27,51	-32,50	-4,99
19	31,35	-60,47	-29,12
20	18,48	2,68	21,15
21	-8,15	-16,87	-25,02
22	14,43	-19,82	-5,39
23	-8,50	59,09	50,59
24	4,09	-68,38	-64,29

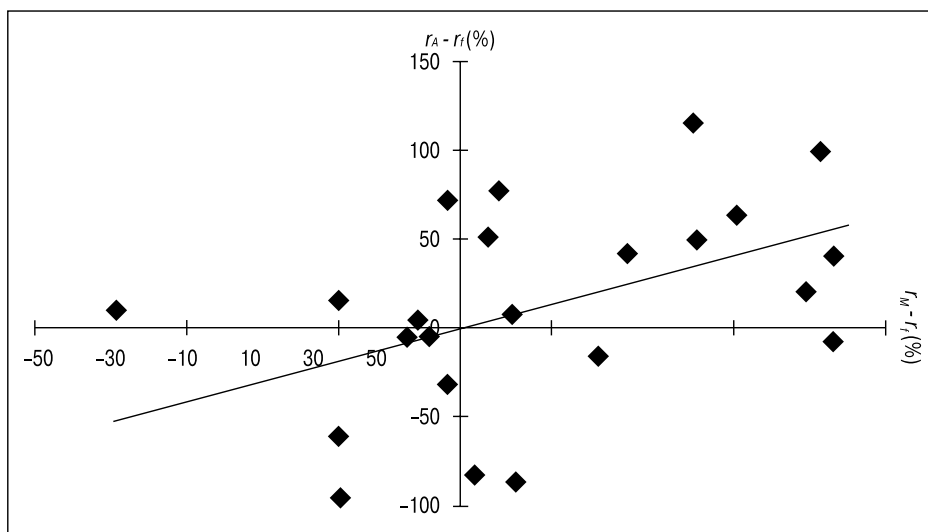


Рис. 8.7. Характеристическая линия акции А

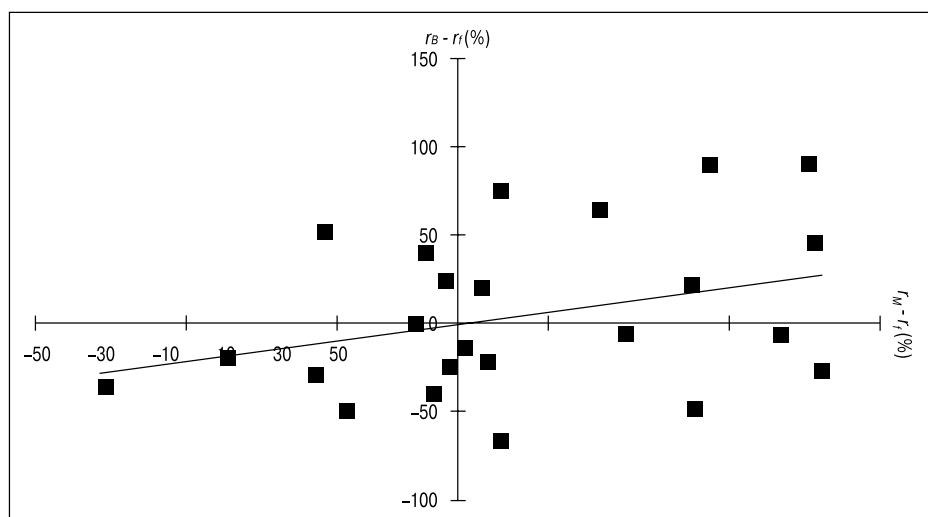


Рис. 8.8. Характеристическая линия акции В

На рис. 8.9 и 8.10 изображена характеристика наших акций согласно модели CAPM. На рис. 8.9 показана SML, учитывающая соответствующие безрисковую ставку и рыночный индекс. Акция А характеризуется отрицательным значением  $\alpha$  и, следовательно, располагается ниже SML. Если бы мы не знали, что истинное значение  $\alpha$  равняется нулю, эти данные могли бы заставить нас поверить, будто цена акций А завышена, т.е. их ожидаемая ставка доходности ниже той, которая может быть получена с помощью эффективных портфелей и безрисковой ставки. Отрицательное оценочное значение  $\alpha$  объясняется влиянием остаточных значений доходности, специфических для конкретной фирмы. Аналогично, акции В располагаются выше SML. И в данном случае, не зная ис-

тинного значения  $\alpha$ , можно подумать, что цена акций  $B$  занижена, а их ожидаемая ставка доходности выше той, которую можно получить с помощью рыночного индекса и безрискового актива (задаваемых SML).

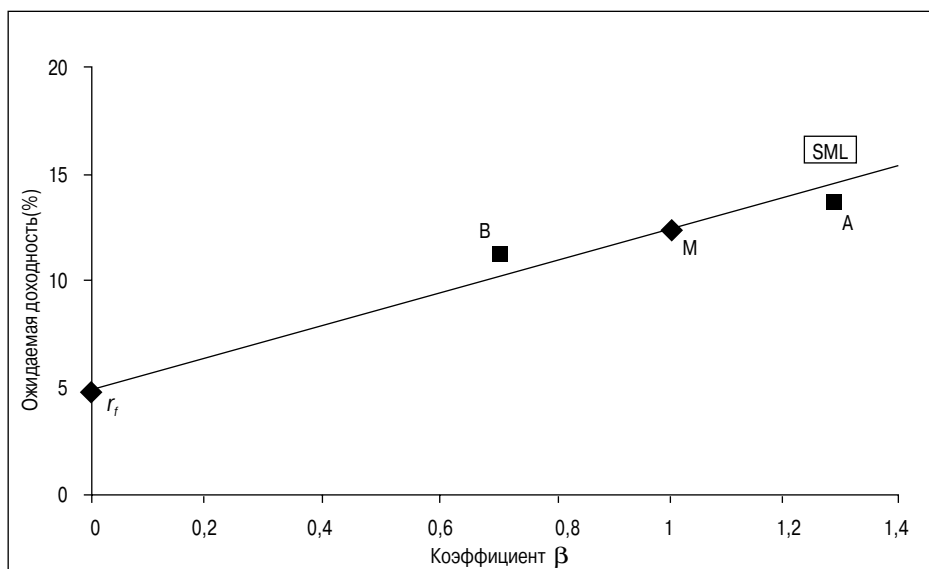


Рис. 8.9. SML

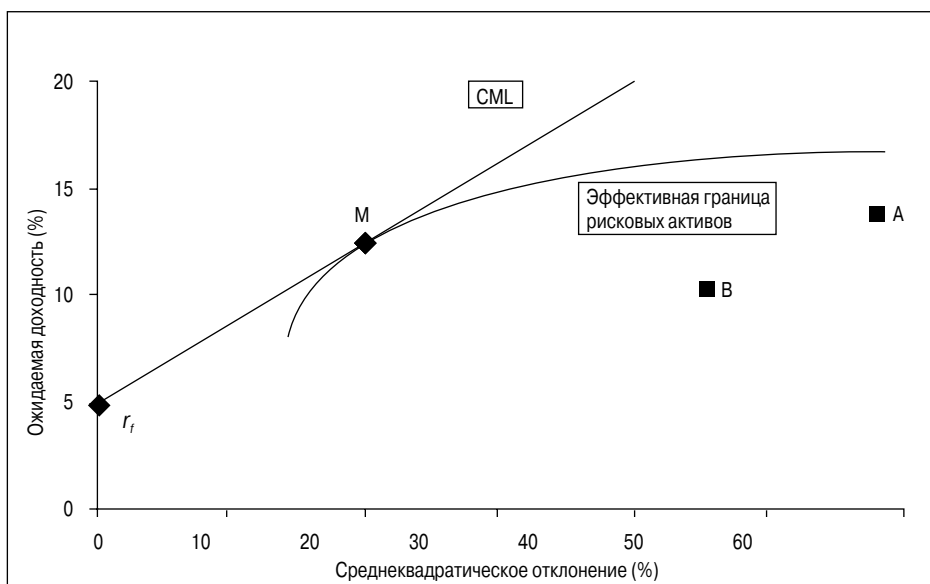


Рис. 8.10. CML

На рис. 8.10 показан график рынка капитала (CML), характеризующийся соответствующими значениями доходности: безрисковой ставкой и рыночного индекса. С помощью алгоритма Марковица (Markowitz) получена эффективная граница, а также средние значения доходности, среднеквадратические отклонения и коэффициенты корреляции полной совокупности рискованных активов для всего множества ценных бумаг. (Эта дополнительная информация здесь не приведена.) Акции *A* и *B* отображаются намного ниже CML и ниже эффективной границы. Это свидетельствует о том, что эффективно диверсифицированные портфели доминируют над недиверсифицированными отдельными акциями.

### Прогноз значений коэффициента “бета”

Даже если модель с единственным индексом не полностью согласуется с CAPM, концепция разложения риска акции на систематический и диверсифицируемый, тем не менее, весьма полезна. Систематический риск хорошо аппроксимируется коэффициентом “бета” в уравнении регрессии, а несистематический риск — дисперсией остаточной доходности в уравнении регрессии.

Зачастую мы пытаемся подсчитать  $\beta$  для того, чтобы прогнозировать доходность интересующего нас актива. Коэффициент “бета” из уравнения регрессии представляет собой оценку, базирующуюся на предшествующих событиях; он ничего не говорит нам о возможных изменениях  $\beta$  в будущем. Из практики следует, что коэффициенты “бета” демонстрируют статистическое свойство, называемое “регрессией в направлении среднего значения”. Это означает, что ценные бумаги с высокими значениями  $\beta$  (т.е.  $\beta > 1$ ) за один период, как правило, в будущем демонстрируют более низкие значения  $\beta$ , тогда как ценные бумаги с низкими значениями  $\beta$  (т.е.  $\beta < 1$ ) в последующие периоды демонстрируют более высокие значения  $\beta$ . Исследователи, которым требуются прогнозы будущих значений  $\beta$ , нередко корректируют оценки  $\beta$ , полученные на основе прошлых данных, с целью учета “регрессии в направлении среднего значения”. По этой причине необходимо проверять, не являются ли оценки, с которыми вы имеете дело, уже “скорректированными  $\beta$ ”.

Простым способом учета стремления будущих значений коэффициента “бета” к среднему значению, равному 1,0, является использование в качестве прогноза  $\beta$  взвешенного среднего значения с корректировочными коэффициентами, когда  $\beta = 1,0$  присваивается определенный удельный вес.

#### Пример 8.7. Прогнозирование коэффициента “бета”

Допустим, что из прошлых данных мы ожидаем, что  $\beta$  примет значение 0,65. Тогда мы должны использовать следующую общепринятую схему взвешивания: удельный вес  $\beta$  по прошлым данным составляет  $2/3$  и  $1/3$  составляет  $\beta = 1,0$ . Таким образом, конечный прогноз коэффициента “бета” будет иметь такой вид:

$$\text{Скорректированный коэффициент "бета"} = 2/3 \times 0,65 + 1/3 \times 1,0 = 0,77$$

Окончательный прогноз коэффициента “бета”, таким образом, на самом деле ближе к 1,0, чем его значение, основанное на данных выборки.

Более совершенный метод определения  $\beta$  на основе фактических данных должен основываться на использовании весового коэффициента, который тем больше, чем больше статистическая достоверность. Однако получение точной статистической оценки коэффициента “бета” на основе прошлых данных по отдельным акциям представляет собой весьма сложную задачу по причине значительной изменчивости ставок доходности. Иными словами, в соответствующих данных присутствует значительный “шумовой” компонент, что объясняется влиянием событий, специфических для конкретной фирмы. Эта проблема менее серьезна в случае диверсифицированных портфелей, поскольку диверсификация снижает эффект событий, специфических для конкретной фирмы.

Можно надеяться, что более точные оценки  $\beta$  можно получить на основе больших выборок данных, т.е. используя длинные временные ряды доходности акций. К сожалению, это решение неподходящее, поскольку регрессионный анализ предполагает, что коэффициент регрессии  $\beta$  — постоянная величина на протяжении всего периода выборки. Поскольку со временем коэффициенты “бета” меняются, то, используя очень длинные временные ряды, мы лишь вредим делу. Более сложные методы регрессии, которые допускают использование коэффициентов, меняющихся со временем, также оказались не слишком эффективными.

Одно многообещающее направление состоит в применении метода, основанного на моделях ARCH<sup>4</sup>. Модель ARCH исходит из того, что изменения в неустойчивости акций и ковариация с другими акциями частично прогнозируемы, и анализирует самые последние (по времени) уровни и тенденции в неустойчивости и ковариации. Этот метод начал широко использоваться лишь в последнее время, и пока с его помощью еще не удалось получить действительно надежные показатели коэффициентов “бета”. Таким образом, задача оценки критических параметров CAPM и индексных моделей пока еще представляет серьезное препятствие в деле проверки и применения теории.

## 8.4. ЦЕНОВАЯ МОДЕЛЬ РЫНКА КАПИТАЛА И РЕАЛЬНЫЙ МИР

С учетом определенных ограничений портфельная теория и CAPM получили признание в среде специалистов-практиков. Многих профессионалов в области инвестиций интересуют различия между специфическим и систематическим риском, и использование коэффициента “бета” для измерения систематического риска их вполне устраивает. Тем не менее многие нюансы CAPM еще не учитываются должным образом этими специалистами. Например, вознаграждение, получаемое менеджерами портфеля, не базируется на значениях коэффициентов “альфа”, которые можно определить по положению акций относительно SML. Какой вывод из этого можно сделать?

Новые способы мышления об окружающем нас мире (т.е. новые модели и теории) приходят на смену старым представлениям, когда старые модели вступают в недопустимое противоречие с фактами или когда новая модель заметно лучше согласуется с имеющимися у нас данными. Например, когда Коперник развенчал старый миф о том,

---

<sup>4</sup> Аббревиатура ARCH означает “Autoregressive Conditional Heteroskedasticity”. Переводя это выражение с вычурно-научного на более понятный язык, можно сказать так: неустойчивость (и совместная неустойчивость) акций изменяется с течением времени таким образом, что ее можно прогнозировать — по крайней мере частично — на основании прошлых уровней неустойчивости.



будто Земля неподвижно покоится в центре Вселенной, а звезды вращаются вокруг Земли по круговым орбитам, прошло еще много лет, прежде чем астрономы и навигаторы заменили старые астрономические таблицы более современными, основанными на теории Коперника. Старые таблицы соответствовали данным, полученным в результате астрономических наблюдений, с достаточной степенью точности, удовлетворяя потребностям своего времени. Медлительность, с которой CAPM проникает в повседневную практику специалистов, управляющих денежными средствами, в какой-то мере также объясняется степенью соответствия этой модели имеющимся данным, т.е. точностью прогнозирования изменений ставок доходности для различных активов. Рассмотрим некоторые свидетельства, подтверждающие этот вывод.

Основные положения CAPM впервые опубликованы Шарпом (Sharpe) в *Journal of Finance* (официальный журнал *Американской финансовой ассоциации — American Finance Association*) в 1964 году и вызвали настоящую бурю в мире финансов. Дуглас (Douglas, 1969) первым выразил сомнение по поводу практической пригодности этой модели.

Он выявил “убийственные” свидетельства, касающиеся двух положений. Во-первых, вопреки предсказаниям теории, создавалось впечатление, что несистематический риск все же прогнозирует среднюю доходность. Во-вторых, вычисляемая SML была слишком “мелкой”, т.е. отрезок, отсекаемый этой линией на вертикальной оси, оказывался больше, чем безрисковая ставка, указывая на то, что “оборонительные” акции ( $\beta < 1$ ), как правило, характеризуются положительными значениями  $\alpha$ , тогда как “агрессивные” акции ( $\beta > 1$ ), как правило, характеризуются отрицательными значениями  $\alpha$ .

Спустя четыре года Миллер и Шоулз (Miller and Scholes, 1972) опубликовали статью, продемонстрировавшую серьезные статистические проблемы, которые препятствуют прямолинейной проверке, наподобие той, которую предлагает Дуглас. Они оценили потенциальную ошибку, которая может возникнуть в результате каждого этапа процедуры, предложенной Дугласом, и, вполне возможно, даже представляли себе, как объяснить полученные им результаты.

Однако объяснение Миллера и Шоулза само по себе не содержит каких-либо *позитивных* свидетельств, которые подтверждали бы правильность CAPM. В дальнейших исследованиях, среди которых необходимо особо отметить работы Блэка, Йенсена и Шоулза (Black, Jensen, and Scholes, 1972), а также Фамы и Макбета (Fama and MacBeth, 1973), использовались процедуры, предназначенные для решения различных эконометрических задач. Наиболее важной из них была проверка CAPM с помощью хорошо продуманных портфелей, сформированных таким образом, чтобы по возможности уменьшить статистический шум, являющийся результатом специфического риска. Но даже эти усилия не позволяли установить достоверность CAPM.

Несмотря на то, что все это накопление свидетельств против CAPM, как правило, не выходило за рамки храма академической науки, статья Ролла (Roll, 1977) “Критика проверки ценовой модели рынка капитала” (A Critique of Capital Asset Pricing Tests) также наделала немало шума среди специалистов-практиков. Ролл доказывал, что, поскольку на практике мы не сталкиваемся с истинным рыночным портфелем, CAPM *принципиально* невозможно проверить.

Широкая известность работы Ролла, ставшей классической, привела к появлению множества статей под заголовками вроде “Коэффициент “бета” мертв?”, которые существенно замедлили распространение портфельной теории в мире финансов<sup>5</sup>. В этом

---

<sup>5</sup> A. Wallace, “Is Beta Dead?”, *Institutional Investor* 14, July 1980, p. 22–30.

можно усмотреть иронию судьбы: ведь несмотря на то, что в теоретическом смысле Ролл абсолютно прав, из некоторых проверок следует, что ошибка, возникающая вследствие использования широкого рыночного индекса в качестве “представителя” истинного рыночного портфеля, возможно, меньшая из проблем, связанных с проверкой CAPM.

Ю. Фама и К. Френч (Fama and French, 1992) опубликовали результаты исследования, которое наносило CAPM еще более чувствительный удар. Авторы утверждали: если вы контролируете некую совокупность широко используемых характеристик фирмы, таких как размеры фирмы и отношение ее рыночной стоимости к балансовой стоимости, то коэффициент “бета” такой фирмы (т.е. ее систематический риск) не играет никакой роли в прогнозировании будущих ставок доходности. На этот раз материал заинтересовал такие авторитетные издания, как *The Economist* и *New York Times* (см. врезку “Коэффициент “бета” повержен?”), еще до того, как он был опубликован в специализированном *Journal of Finance*.

### Коэффициент “бета” повержен?



Баталии, разгоревшиеся между рядом признанных авторитетов в финансовой теории, привлекают внимание на Уолл-стрит. На сей раз атаке подверглась известная ценовая модель рынка капитала (CAPM), широко используемая для оценки риска и доходности акций. Новая статья, написанная двумя чикагскими экономистами, Юджином Фама и Кеннетом Френчем, камня на камне не оставляет от этой модели, показывая, что ее важнейший аналитический инструмент не объясняет причину различий между ставками доходности акций.

В соответствии с CAPM доходность акций отражает риск. В этой модели используется мера, называемая коэффициентом “бета” ( $\beta$ ) (краткое обозначение относительной изменчивости) и применяемая для сравнения риска одной акции с риском всего рынка на основе изменений цены за прошедший период времени. Акция с  $\beta$ , равным единице, характеризуется такой же степенью риска, что и рынок в целом; акция с  $\beta$ , равным 0,5, менее рискованная. Поскольку инвесторы должны получать большую доходность от более рискованных инвестиций, цены акций отражают требование инвесторами доходности, превышающей среднюю, от акций с более высокими значениями коэффициента “бета”.

Очень долго обсуждался вопрос, действительно ли коэффициент “бета” позволяет прогнозировать доходность акций. Проведенные исследования показали, что с этой задачей ничуть не хуже справляются такие показатели, как рыночная капитализация, коэффициент P/E, финансовый “рычаг” и коэффициент “балансовая стоимость акции/рыночная стоимость акции”. Вывод Фама и Френча однозначен: использование коэффициента “бета” неоправданно.

Фама и Френч анализируют акции всех нефинансовых корпораций, обращавшиеся на NYSE, Amex и Nasdaq с 1963 по 1990 годы. Эти акции сгруппированы по портфелям. Если группировка проводилась исключительно на основе размера (т.е. капитализации рынка), CAPM срабатывала, однако каждый портфель содержал широкий спектр значений  $\beta$ . Поэтому авторы группировали акции по принципу близости их коэффициентов “бета” и размера. В таком случае коэффициент “бета” не мог служить ориентиром доходности.

Фама и Френч утверждают, что различия в доходности объясняются не коэффициентом “бета”, а различиями в размерах фирмы и в коэффициентах “балансовая стоимость акции/рыночная стоимость акции” (особенно последним). Когда акции группировались

по коэффициенту “балансовая стоимость акции/рыночная стоимость акции”, разрыв в доходности между портфелем с самым низким данным коэффициентом и самым высоким был намного шире, чем в случае, когда акции группировались по размеру.

Итак, может быть, аналитикам уже не стоит пользоваться CAPM? Наверное, нет. Несмотря на то, что Фама и Френч получили весьма интересные результаты, они не предложили никакой теории, объясняющей эти результаты. Они просто полагают, что размер фирмы и коэффициент “балансовая стоимость акции/рыночная стоимость акции” хорошо отражают другие фундаментальные показатели. Например, высокое значение коэффициента “балансовая стоимость акции/рыночная стоимость акции” свидетельствует о неблагоприятном положении фирмы. Следовательно, ее виды на прибыль могут оказаться чрезвычайно чувствительными к экономическим условиям, поэтому акции такой фирмы должны обеспечивать более высокую доходность, чем следует из ее коэффициента “бета”.

Приверженцы CAPM, в том числе Фишер Блэк (Fischer Black) из инвестиционного банка *Goldman Sachs* и Уильям Шарп (William Sharpe) из Стэнфордского университета (лауреат Нобелевской премии по экономике за 1990 год), полагают, что результаты нового исследования можно объяснить, не отвергая идею коэффициента “бета”. Среди инвесторов может наблюдаться необъяснимая тяга к крупным фирмам. В конце концов, им просто может не хватать денег, чтобы купить достаточно акций для равномерного распределения риска. Поэтому между риском и доходностью на рынке не наблюдается идеального соответствия.

Однако те, кто стремится найти теоретическую альтернативу CAPM, могут почувствовать лишь незначительное удовлетворение. Модные альтернативы, такие как “арбитражная теория ценообразования”, объясняют фактическое поведение доходности акций ничуть не лучше, чем CAPM и коэффициент “бета”. В результате Уолл-стрит остается перед весьма небогатым выбором: либо поверить доводам Фама и Френча (несмотря на их теоретические пробелы) и использовать размер фирмы и коэффициент “балансовая стоимость акции/рыночная стоимость акции” в качестве показателей, отражающих доходность, либо придерживаться теории, которая, невзирая на эмпирические данные, строится на безукоризненной логике.

*Источник.* “Beta Beaten”, *Economist*, March 7, 1992, p. 87, основано на статье Eugene Fama, Kenneth French, “The Cross-Section of Expected Stock Returns”, University of Chicago Center for Research in Security Prices, 1991.

Фама и Френч, а также другие ученые продолжили эту тему в последующих публикациях. К ним мы вернемся в следующей главе. Однако из этих работ очевидно, что коэффициент “бета” далеко не в полной мере отражает риск. По-видимому, существуют такие факторы риска, которые влияют на доходность ценных бумаг и которые выходят за рамки одномерного определения чувствительности доходности акций к рыночной доходности с помощью  $\beta$ . В следующем разделе этой главы мы познакомим наших читателей с теорией премий за риск, которая учитывает действие многих факторов риска.

Тем не менее коэффициент “бета” жив! Другое исследование показывает, что когда мы используем более полное приближение рыночного портфеля, нежели *S&P 500* (в частности, индекс, который включает человеческий капитал), и допускаем возможность изменения  $\beta$  с течением времени, эффективность его использования в объяснении поведения ставок доходности ценных бумаг существенно возрастает (Jagannathan and Wang, 1996). Нам известно, что CAPM не является идеальной моделью и что в конечном счете это далеко не последнее слово в теории ценообразования финансовых активов. Тем не менее логика этой модели неотразима, а более сложные модели ценообразования акций

исходят из ключевого постулата о различии между систематическим и диверсифицируемым риском. Таким образом, CAPM — удобная основа формирования строгих представлений о взаимосвязи между риском и доходностью ценных бумаг. Все это заставляет вспомнить историю о том, как Копернику перед смертью показали неопубликованную версию его книги.

## 8.5. АРБИТРАЖНАЯ ТЕОРИЯ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ

В 1970-е годы, когда исследователи работали над методологиями тестирования для различных вариантов CAPM, Стефен Росс (Stephen Ross, 1976) потряс финансовый мир своей арбитражной теорией ценообразования (Arbitrage Pricing Theory — АРТ). Отказавшись от формирования эффективных портфелей по критерию “средняя доходность—дисперсия доходности”, Росс вместо этого вычислял такие соотношения между ожидаемыми ставками доходности, которые исключали бы получение безрисковой прибыли любым инвестором на хорошо функционирующих рынках капитала. Это привело к созданию теории риска и доходности, подобной CAPM.

### Возможности арбитража и прибыль

#### Арбитраж (arbitrage)

*Получение безрисковой прибыли за счет операций с одинаковыми ценными бумагами, но с разной ценой.*

Объяснение АРТ мы начнем с изложения понятия **арбитража** (arbitrage), который заключается в получении безрисковой прибыли за счет операций с одинаковыми ценными бумагами, но имеющими разную цену.

#### Портфель с нулевыми инвестициями (zero-investment portfolio)

*Портфель с нулевой чистой стоимостью, создаваемый путем покупки и “коротких” продаж ценных бумаг, являющихся компонентами портфеля, как правило, в контексте определенной арбитражной стратегии.*

Возможность безрискового арбитража возникает в случае, когда инвестор может сформировать **портфель с нулевыми инвестициями** (zero-investment portfolio), который будет приносить гарантированную прибыль. Выражение “с нулевыми инвестициями” означает, что инвестору не приходится использовать свои собственные деньги. Чтобы сформировать портфель с нулевыми инвестициями, инвестору нужно совершить “короткую” продажу (to sell short) хотя бы одного актива, а затем на вырученные деньги купить (go long) один или несколько активов. Даже мелкий инвестор, используя подобным образом заемные средства, может добиться значительной позиции в таком портфеле.

Очевидная возможность для арбитража возникает при нарушении закона единой цены. Когда какой-либо актив продается на двух рынках по разным ценам (и разница цен превышает транзакционные издержки), одновременные операции с ним на этих двух рынках приведут к гарантированной прибыли (чистой ценовой разницы) без каких-либо чистых инвестиций. Для этого нужно просто продать актив на рынке с высокой ценой, а затем купить его на рынке с низкой ценой. В таком случае чистая выручка оказываетсяся

положительной величиной, а риск отсутствует, поскольку “длинная” и “короткая” позиции взаимно компенсируются.

На современных рынках, оснащенных системами электронной связи и немедленного исполнения, подобные возможности стали довольно редкими, хотя полностью и не исключены. Та же технология, которая позволяет рынку быстро “впитывать” новую информацию, предоставляет возможность проворным операторам рынка получать огромные прибыли, совершая крупные сделки, как только появляется возможность арбитража. В этом и заключается суть программной торговли и индексного арбитража, которые обсуждаются в части V.

От простого случая нарушения закона единой цены перейдем к менее очевидной (но не менее прибыльной) возможности арбитража. Представим, что в некоторой экономической системе обращаются акции четырех компаний. При этом существует лишь четыре возможных сценария развития экономики. Ставки доходности этих четырех акций (для каждого варианта сочетания инфляции и процентных ставок) показаны в табл. 8.10. Статистика, касающаяся текущих цен акций и ставок доходности, приведена в табл. 8.11.

**Таблица 8.10. Прогнозы ставки доходности акций**

	Высокие реальные процентные ставки		Низкие реальные процентные ставки	
	Высокая инфляция	Низкая инфляция	Высокая инфляция	Низкая инфляция
Вероятность	0,25	0,25	0,25	0,25
<b>Акции</b>				
<i>Apex (A)</i>	-20	20	40	60
<i>Bull (B)</i>	0	70	30	-20
<i>Crush (C)</i>	90	-20	-10	70
<i>Dreck (D)</i>	15	23	15	36

**Таблица 8.11. Статистические данные о ставках доходности**

Акции	Текущая цена	Ожидаемая доходность (%)	Среднеквадратическое отклонение (%)	Матрица корреляции			
				A	B	C	D
A	\$10	25,0	29,58	1,00	-0,15	-0,29	0,68
B	10	20,0	33,91	-0,15	1,00	-0,87	-0,38
C	10	32,5	48,15	-0,29	-0,87	1,00	0,22
D	10	22,25	8,58	0,68	-0,38	0,22	1,00

На первый взгляд, данные о ставках доходности ничего не говорят нам о каких-либо возможностях арбитража, скрывающихся в этом наборе инвестиций. Ожидаемые ставки доходности, среднеквадратические отклонения и коэффициенты корреляции не выявляют никаких аномалий (по крайней мере, их не видно “невооруженным глазом”).

Рассмотрим, однако, равновзвешенный портфель из первых трех акций (*Apex*, *Bull* и *Crush*) и сравним их возможные будущие ставки доходности со ставками доходности четвертой акции – *Dreck*. Результаты этого сравнения приведены в табл. 8.12.

**Таблица 8.12. Прогнозы ставки доходности акции и портфеля**

	Высокие реальные процентные ставки		Низкие реальные процентные ставки	
	Темпы инфляции		Темпы инфляции	
	Высокие	Низкие	Высокие	Низкие
Равновзвешенный портфель: <i>A</i> , <i>B</i> и <i>C</i>	23,33	23,33	20,00	36,67
<i>Dreck</i> ( <i>D</i> )	22,25	23,00	15,00	36,00

Из табл. 8.8 следует, что во всех сценариях равновзвешенный портфель превосходит по эффективности акции *Dreck*. Ниже приведены статистические данные о ставках доходности для этих двух вариантов.

	Среднее значение	Среднеквадратическое отклонение	Коэффициент корреляции
Портфель из трех акций	25,83	6,40	0,94
<i>Dreck</i>	22,25	8,58	

Указанные две инвестиции не являются идеально коррелированными и не могут считаться идеальными заменами. Тем не менее равновзвешенный портфель оказывается более эффективным при *любых* обстоятельствах. Любой инвестор, независимо от его склонности к риску, может извлечь выгоду из этого доминирования, заняв “короткую” позицию по акциям *Dreck* и воспользовавшись полученной выручкой для покупки равновзвешенного портфеля. Посмотрим, как это происходит на практике.

Допустим, мы продаем 300 тысяч акций *Dreck* и используем полученную выручку (3 млн. долл.) для покупки по 100 тысяч акций *Apex*, *Bull* и *Crush*. Прибыль (в долларах), полученную в каждом из четырех сценариев, можно представить в виде следующей таблицы.

Акции	Инвестиции (долл.)	Высокие реальные процентные ставки		Низкие реальные процентные ставки	
		Темпы инфляции		Темпы инфляции	
		Высокие	Низкие	Высокие	Низкие
<i>Apex</i>	1000000	-200000	200000	400000	600000
<i>Bull</i>	1000000	0	700000	300000	-200000
<i>Crush</i>	1000000	900000	-200000	-100000	700000
<i>Dreck</i>	-3000000	-450000	-690000	-450000	-1080000
Портфель	0	250000	10000	150000	20000

Первый столбец подтверждает, что чистые инвестиции в нашем портфеле равняются нулю. Тем не менее этот портфель приносит нам положительную прибыль во всех сценариях. Таким образом, в данном случае мы имеем дело с механизмом получения прибыли. Инвесторы желали бы получить бесконечную позицию в таком портфеле, поскольку повышение позиции не сопровождается риском понести убытки и в то же время приносит еще большую прибыль<sup>6</sup>. В принципе, даже отдельно взятый инвестор может занять столь высокие позиции, что рынок будет реагировать на давление, оказываемое покупкой и продажей ценных бумаг: цена акций *Dreck* снизится, а цены акций *Apex*, *Bull* и *Crush* пойдут вверх. Это давление будет сохраняться до тех пор, пока не исчезнут арбитражные возможности.



#### Контрольный вопрос 5

Допустим, цена акций *Dreck* начинает падать, что никак не отражается на их доходности (прибыль в денежном выражении, обеспечиваемая каждой акцией). До какого уровня должна упасть цена, прежде чем исчезнет возможность арбитража между акциями *Dreck* и равновзвешенным портфелем? (*Подсказка.* Примите во внимание величину равновзвешенного портфеля, которую можно купить, воспользовавшись выручкой от продажи при снижении цены акций *Dreck*.)

Важнейшее свойство арбитражного портфеля заключается в том, что любой инвестор, независимо от его склонности к риску и финансового положения, стремится бесконечно увеличить свой портфель, что подняло бы его прибыль на такой же высокий уровень. Такие действия инвесторов привели бы к повышению цен на одни акции и понижению на другие, вплоть до полного исчезновения соответствующей арбитражной возможности.

Представление о том, что равновесные рыночные цены должны быть рациональны с точки зрения избавления рынка от возможностей арбитража, представляет собой, наверное, наиболее фундаментальную концепцию теории рынка капитала. Нарушение этого принципа свидетельствует об одной из самых тяжелых форм нерациональности рынка.

Существует очень важное различие между тем, как объясняется установление рыночного равновесия с точки зрения арбитражных возможностей, с одной стороны, и ориентации инвесторов на критерий “риск–доходность” в CAPM — с другой. В последнем случае аргумент заключается в том, что при нарушении ценового равновесия многие инвесторы начинают пересматривать свои портфели. Однако каждый отдельный инвестор может сделать это лишь в ограниченном объеме (в зависимости от склонности к риску и финансового положения). В результате совокупности ограниченных изменений в портфелях всех инвесторов происходят покупки и продажи ценных бумаг в значительных объемах, что приводит к восстановлению ценового равновесия на рынке.

---

<sup>6</sup> Мы описали арбитраж в его чистом виде: поиск гарантированной прибыли, которая не влечет за собой каких-либо издержек. На практике термины арбитраж (*arbitrage*) и арбитражер (*arbitrageur*) зачастую используют в более широком смысле. Например, под арбитражером может подразумеваться профессионал, выискивающий ценные бумаги с “неправильными” ценами в определенных областях (например, акции, выпускаемые при поглощении компании), а не тот, кого интересуют возможности чистого (безрискового) арбитража, предполагающего принципиальную невозможность убытков. Поиск ценных бумаг с “неправильными” ценами называется рискованым арбитражем — в отличие от чистого (безрискового) арбитража.

С другой стороны, если на рынке существуют возможности арбитража, каждый инвестор стремится как можно больше увеличить свой портфель ценных бумаг (свои “длинные” позиции). В этом случае для восстановления равновесия уже не требуется, чтобы ценовое давление организовывалось столь большим числом инвесторов. Таким образом, выводы, которые можно сделать из данного тезиса, более убедительны, чем выводы, следующие из аргумента о действиях инвесторов на основе критерия “риск–доходность”, поскольку для восстановления рыночного равновесия не требуется большого числа высокообразованных инвесторов.

САРМ утверждает, что все инвесторы формируют свои портфели с позиции соблюдения оптимального соотношения “средняя доходность–дисперсия доходности”. Если цена какой-либо ценной бумаги (или их набора) установлена неправильно, то инвесторы постараются включить в свои портфели большую долю тех из них, цена которых занижена, и освободиться от ценных бумаг с завышенной ценой. Результирующее давление на цены исходит от множества инвесторов, вносящих изменения в свои портфели (каждый на относительно небольшую сумму в денежном выражении). Предположение о том, что большое число инвесторов стараются оптимизировать портфели по критерию “средняя доходность–дисперсия доходности”, очень важна. С другой стороны, даже небольшое число арбитражеров способно мобилизовать крупные денежные суммы, чтобы извлечь выгоду из той или иной возможности арбитража.

## Хорошо диверсифицированные портфели и арбитражная теория ценообразования

Возможность арбитража, описанная в предыдущем разделе, еще больше осложняется тем обстоятельством, что практически никогда не удастся выполнить точный анализ сценариев для отдельных акций, который позволял бы выявлять случаи столь откровенного установления неправильных (произвольных) цен.

### Арбитражная теория ценообразования (Arbitrage Pricing Theory — АРТ)

*Теория взаимосвязи “риск–доходность”, основанная на соображениях, которые исключают наличие возможностей арбитража на крупных рынках капитала.*

Исходя из концепции хорошо диверсифицированных портфелей, **арбитражная теория ценообразования** (Arbitrage Pricing Theory — АРТ) пытается решить данную проблему более последовательно — на основе статистического моделирования. Демонстрируя, что портфели с неправильно установленными ценами на акции ведут к появлению возможностей для арбитража, АРТ приходит к такому же уравнению “ожидаемая доходность—коэффициент “бета” для портфелей, что и САРМ. В следующем разделе проведем сравнительный анализ этих двух теорий.

В своей простейшей форме — так же, как и САРМ, — АРТ исходит из того, что поведение рынка ценных бумаг зависит от динамики единственного фактора. Следовательно, дополнительную доходность каждой ценной бумаги  $R_i = r_i - r_j$  можно представить выражением:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + e, \quad (8.5)$$

где коэффициенты “альфа” ( $\alpha_i$ ) и “бета”, ( $\beta_i$ ) известны, а  $R_M$  считается единственным фактором.



Допустим теперь, что мы формируем высокодиверсифицированный портфель с заданным значением  $\beta$ . Если для формирования этого портфеля используется достаточное количество ценных бумаг, то в итоге инвестор будет избавлен от несистематического риска. Поскольку такой **хорошо диверсифицированный портфель** (well-diversified portfolio) обладает, с точки зрения практики, нулевым специфическим риском, его доходность можно записать так:

$$R_p = \alpha_p + \beta_p R_M \quad (8.6)$$

(Однако такой портфель рискованный, поскольку дополнительная доходность индекса  $R_M$  выражена случайным числом.)

**Хорошо диверсифицированный портфель (well-diversified portfolio)**

*Портфель, достаточно диверсифицированный для того, чтобы несистематическим риском можно было пренебречь.*

Рис. 8.11 иллюстрирует разницу между отдельно взятой акцией с коэффициентом “бета”, равным 1,0, и хорошо диверсифицированным портфелем с тем же значением  $\beta$ . В случае портфеля (часть А рисунка) все ставки доходности попадают точно на характеристическую линию ценной бумаги. Мы не наблюдаем никакого разброса точек относительно этой линии, как в части В рисунка, поскольку влияние специфического риска устраняется за счет диверсификации. Таким образом, в уравнении (8.6) член  $\epsilon$ , характеризующий остаточную (специфическую) доходность, отсутствует.

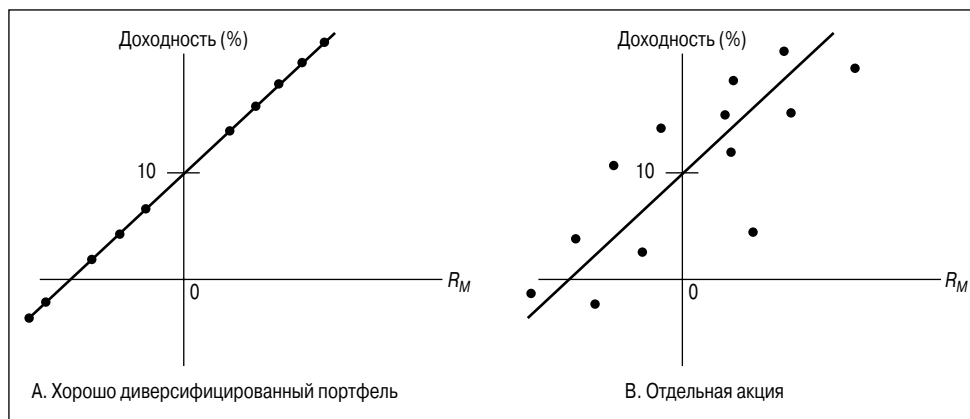


Рис. 8.11. Характеристическая линия ценной бумаги

Обратите внимание: из уравнения (8.6) следует, что если  $\beta$  портфеля равняется нулю, то  $R_p = \alpha_p$ . Отсюда видно, что дополнительная доходность равна безрисковой ставке доходности: риск, специфический для конкретной фирмы, отсутствует по причине диверсификации, а факторный риск отсутствует, поскольку коэффициент “бета” равняется нулю. Однако следует помнить, что заглавной буквой  $R$  обозначается дополнительная доходность. Поэтому данное уравнение предполагает, что портфель с нулевым значением  $\beta$  имеет безрисковую *дополнительную* доходность  $\alpha_p$ , т.е. доходность, более высокую, чем безрисковая ставка, на величину  $\alpha_p$ . Но из этого следует, что  $\alpha_p$  должна равняться нулю (в противном случае сразу же появляется возможность

арбитража). Если, например,  $\alpha_p$  больше нуля, вы можете получить ссуду по безрисковой ставке и воспользоваться ею для покупки хорошо диверсифицированного портфеля с нулевым коэффициентом “бета”. Вы занимаете деньги на безрисковой основе (по ставке  $r_f$ ) и инвестируете (также на безрисковой основе) по ставке  $r_f + \alpha_p$ , получая при этом безрисковую разницу  $\alpha_p$ .

**Пример 8.8. Арбитраж в случае портфеля с нулевым коэффициентом “бета”**

Допустим, что безрисковая ставка равняется 6%, а хорошо диверсифицированный портфель с нулевым коэффициентом “бета” обеспечивает гарантированную ставку доходности, равную 7%. Затем вы занимаете деньги под 6% и инвестируете их в портфель с нулевым коэффициентом “бета”, обеспечивая себе 7%-ную ставку доходности. Таким образом, ваша чистая прибыль составит 1% от инвестированных средств (при этом вам не пришлось вкладывать собственные деньги). Если портфель с нулевым коэффициентом “бета” приносит 5% доходности, вы можете продать его на срок “без покрытия” и предоставить ссуду под 6%, добившись того же результата.

На самом деле можно пойти еще дальше и показать, что член  $\alpha$  любого хорошо диверсифицированного портфеля в уравнении (8.6) должен быть нулевым — даже если коэффициент “бета” не равен нулю. Доказательство такое же, как и в более легком случае с нулевым значением  $\beta$ . Если бы коэффициенты  $\alpha$  не равнялись нулю, то можно было бы объединить два такие портфеля в безрисковый портфель с нулевым коэффициентом “бета” и ставкой доходности, не равной безрисковой ставке. Но это, как мы убедились, означает появление возможности арбитража.

Чтобы увидеть, как реализовалась бы стратегия арбитража, допустим, что коэффициент “бета” портфеля  $V$  равняется  $\beta_V$ , а “альфа” —  $\alpha_V$ . Аналогично, допустим, что коэффициент “бета” портфеля  $U$  равняется  $\beta_U$ , а “альфа” —  $\alpha_U$ .

Использование преимуществ любой возможности арбитража связано с покупкой и продажей активов в таких долях, которые обеспечивают получение безрисковой прибыли на беззатратной основе. Чтобы устранить риск, мы покупаем портфель  $V$  и продаем портфель  $U$  в пропорциях, выбранных таким образом, чтобы сочетание портфелей ( $V + U$ ) характеризовалось нулевым коэффициентом “бета”. Весовые коэффициенты портфеля, удовлетворяющие этому условию, таковы:

$$w_V = \frac{-\beta_U}{\beta_V - \beta_U}, \quad w_U = \frac{\beta_V}{\beta_V - \beta_U}.$$

Обратите внимание, что  $w_V$  плюс  $w_U$  равняется 1,0 и что  $\beta$  этого сочетания портфелей действительно равняется нулю:

$$\text{Коэффициент "бета" } (U + V) = \beta_V \frac{-\beta_U}{\beta_V - \beta_U} + \beta_U \frac{\beta_V}{\beta_V - \beta_U} = 0.$$

Таким образом, портфель является безрисковым так как отсутствует чувствительность к факторам. Но дополнительная доходность портфеля ненулевая, пока  $\alpha_V$  и  $\alpha_U$  отличны от нуля.

$$R(V + U) = \alpha_V \frac{-\beta_U}{\beta_V - \beta_U} + \alpha_U \frac{\beta_V}{\beta_V - \beta_U} \neq 0.$$

Таким образом, если  $\alpha_V$  и  $\alpha_U$  не равны нулю, портфель с нулевым коэффициентом “бета” имеет доходность, которая отличается от безрисковой ставки (его дополнительная доходность больше нуля). Мы убедились, что это означает появление возможности арбитража.

### Пример 8.9. Арбитраж в случае портфелей с неправильно оцененными активами

Допустим, что безрисковая ставка равняется 7%. Хорошо диверсифицированный портфель  $V$  со значением  $\beta$  1,3 имеет  $\alpha$ , равную 2%, а другой хорошо диверсифицированный портфель  $U$  с  $\beta$  0,8 имеет  $\alpha$ , равную 1%. Мы покупаем  $V$  и продаем  $U$  в следующих пропорциях:

$$w_V = \frac{-0,8}{1,3 - 0,8} = -1,6, \quad w_U = \frac{1,3}{1,3 - 0,8} = 2,6$$

Эти пропорции в сумме составляют 1,0 и позволяют получить портфель с коэффициентом “бета”  $= -1,6 \times 1,3 + 2,6 \times 0,8 = 0$ . Коэффициент “альфа” такого портфеля равняется:  $-1,6 \times 2 + 2,6 \times 1 = -0,6\%$ . Это означает, что безрисковый портфель обеспечивает ставку доходности, меньшую, чем безрисковая ставка, равная 6%. Теперь мы завершаем арбитраж, продавая этот объединенный портфель и инвестируя вырученные средства под 7%, обеспечивая таким образом получение безрисковой прибыли, равной разнице ставок доходности (которая в данном случае составляет 60 базовых пунктов).

Мы приходим к выводу, что единственным значением коэффициента “альфа”, которое исключает возможности арбитража, является нуль. Таким образом, переписывая уравнение (8.6) с нулевым значением  $\alpha$ , получаем:

$$\begin{aligned} R_p &= \beta_p R_M, \\ r_p - r_f &= \beta_p (r_M - r_f), \\ E(r_p) &= r_f + \beta_p [E(r_M) - r_f], \end{aligned}$$

Таким образом, мы приходим к такому же уравнению “ожидаемая доходность–коэффициент “бета”, что и в CAPM, не делая при этом никаких предположений относительно предпочтений инвесторов или их доступа к всеохватывающему (и потому совершенно нереальному) рыночному портфелю.

## Сравнение АРТ и CAPM

Зачем понадобилось вводить столько допущений, чтобы разработать CAPM, если АРТ — по крайней мере, создается такое впечатление — выводит уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” с очевидно меньшим их числом (и к тому же менее жесткими)? Ответ прост: АРТ используется лишь для хорошо диверсифицированных портфелей. Само по себе отсутствие арбитража для получения безрисковой доходности еще не гарантирует, что в состоянии равновесия уравнение “ожидаемая доходность – коэффициент “бета” будет выдерживаться для любых активов.

Однако, приложив дополнительные усилия, можно воспользоваться АРТ, чтобы показать, что указанное соотношение должно выдерживаться (приблизительно) даже для отдельно взятых активов. Суть доказательства сводится к тому, что если бы уравнение “ожидаемая доходность – коэффициент “бета” нарушалось для многих отдельно взятых

ценных бумаг, то оказалось бы практически невозможным, чтобы все хорошо диверсифицированные портфели удовлетворяли этому соотношению. Вот почему это уравнение *почти* гарантированно должно соблюдаться для отдельно взятых ценных бумаг.

Мы говорим “почти” потому, что в соответствии с АРТ нет никакой гарантии, что все отдельно взятые активы будут находиться точно на SML. Если бы лишь несколько активов не соответствовало SML, их влияние на хорошо диверсифицированные портфели вполне могло бы оказаться взаимно компенсирующим. В этом смысле вполне возможно нарушение SML отдельными ценными бумагами. Если же уравнение “ожидаемая доходность – коэффициент “бета” нарушается для многих ценных бумаг, то оно уже не будет соблюдаться для хорошо диверсифицированных портфелей, состоящих из этих ценных бумаг, в результате чего появляются возможности арбитража.

АРТ выполняет многие из тех же функций, что и CAPM. Она обеспечивает нам эталон для установления объективных ставок доходности, которым можно пользоваться для планирования долгосрочных инвестиций, оценки ценных бумаг или оценки эффективности инвестиций. Более того, АРТ выявляет важное различие между недиверсифицируемым риском (систематическим или факторным), за принятие которого инвестор обоснованно требует вознаграждения в форме премии за риск, и диверсифицируемым риском, за принятия которого инвестору “не полагается” вознаграждения, так как он может избежать его.

В результате мы приходим к следующему обобщающему выводу: ни та, ни другая теория не может считаться заведомо лучшей. АРТ носит более общий характер в том смысле, что дает нам возможность получить уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент “бета”, не выдвигая многих нереалистичных предположений, характерных для CAPM, в частности относительно рыночного портфеля. Последнее улучшает перспективы, связанные с проверкой АРТ. Однако CAPM носит более общий характер в смысле применимости ко всем активам без исключения. Обнадеживает тот факт, что обе теории едины в том, что касается уравнения “ожидаемая доходность–коэффициент “бета”.

Стоит также отметить следующее: поскольку выполненные к настоящему времени проверки уравнения “ожидаемая доходность–коэффициент “бета” анализировали доходность высокодиверсифицированных портфелей, они, в сущности, подошли ближе к проверке АРТ, чем CAPM. Таким образом, оказывается, что эконометрические соображения также благоприятны для АРТ.

## АРТ и CAPM: многофакторная модель

До сих пор мы предполагали, что на доходность ценных бумаг влияет лишь один систематический фактор. Это предположение может чересчур упрощать реальную ситуацию. Нетрудно представить, что на доходность ценных бумаг могут оказывать влияние несколько факторов: экономические циклы, колебания процентной ставки, темпы инфляции, цены на нефть и т.п. Очевидно, действие любого из этих факторов (порознь или в различных сочетаниях) повлияет на предполагаемую степень риска ценной бумаги и подходящую ожидаемую ставку доходности. Чтобы учесть действие многих источников риска, воспользуемся многофакторной моделью АРТ.

Допустим, нам необходимо из однофакторной модели, выражающейся уравнением (8.5), вывести двухфакторную модель:

$$R_i = \alpha_i + \beta_{i1}R_{M1} + \beta_{i2}R_{M2} + e_i, \quad (8.7)$$

где  $R_{M1}$  и  $R_{M2}$  — компоненты дополнительной доходности, представляющие два макроэкономических (систематических) фактора. Фактор 1 может отражать, например, непредвиденные изменения в промышленном производстве, а фактор 2 может представлять непредвиденные колебания краткосрочных процентных ставок. Как и ранее, мы предполагаем, что в нашем распоряжении имеется множество ценных бумаг с любым сочетанием коэффициентов “бета”. Из этого следует, что у нас есть возможность формировать хорошо диверсифицированные **факторные портфели** (factor portfolio), т.е. портфели, коэффициент “бета” которых равняется 1,0 для одного фактора и 0 для всех других. Таким образом, факторный портфель с коэффициентом  $\beta$ , равным 1,0 для первого фактора, характеризуется ставкой доходности  $R_{M1}$ ; факторный портфель с  $\beta$ , равным 1,0 для второго фактора, характеризуется ставкой доходности  $R_{M2}$  и т.д. Факторные портфели могут выполнять роль эталонных портфелей для многофакторной модели взаимосвязей, учитываемых в SML.

#### **Факторный портфель (factor portfolio)**

*Хорошо диверсифицированный портфель, сформированный таким образом, что коэффициент “бета” равняется 1,0 для одного из факторов и 0 для всех других факторов.*

Допустим, что двухфакторные портфели, называемые здесь портфелями 1 и 2, характеризуются ожидаемыми ставками доходности  $E(r_1) = 10\%$  и  $E(r_2) = 12\%$ . Допустим также, что безрисковая ставка — 4%. Поэтому премия за риск для первого портфеля равняется 6%, а премия за риск для второго — 8%.

Теперь рассмотрим произвольный хорошо диверсифицированный портфель (A), у которого  $\beta$  для первого фактора равняется  $\beta_{A1} = 0,5$ , а для второго —  $\beta_{A2} = 0,75$ . Из многофакторной АРТ следует, что премия за риск портфеля, требуемая инвесторами, должна равняться сумме премий за риск для каждого источника систематического риска. Премия за риск, назначаемая фактору риска 1, равняется произведению коэффициента чувствительности риска портфеля к фактору 1 ( $\beta_{A1}$ ) на величину премии за риск портфеля 1  $E(r_1) - r_f$ . Следовательно, та часть премии за риск портфеля A, которая представляет собой компенсацию за воздействие на него первого фактора риска, равняется  $\beta_{A1}[E(r_1) - r_f] = 0,5(10\% - 4\%) = 3\%$ . Аналогично рассчитываем и премию за риск, назначаемую фактору риска 2:  $\beta_{A2}[E(r_2) - r_f] = 0,75(12\% - 4\%) = 6\%$ . Таким образом, совокупная премия за риск для этого портфеля должна составить  $3 + 6 = 9\%$ , а совокупная ставка доходности портфеля — 13%.

4%	Безрисковая ставка доходности
+ 3%	Премия за риск, учитывающая воздействие фактора 1
+ 6%	Премия за риск, учитывающая воздействие фактора 2
13%	Совокупная ожидаемая доходность

Чтобы понять, почему ожидаемая доходность этого портфеля должна равняться 13%, рассмотрим следующее доказательство. Допустим, что ожидаемая ставка доходности портфеля A равняется не 13%, а 12%. Такое ее значение должно привести к появлению арбитражных возможностей. Сформируем инвестиционный портфель из факторных портфелей с такими же значениями  $\beta$ , что и у портфеля A. Для этого потребуются следующие весовые коэффициенты: 0,5 — для портфеля 1; 0,75 — для портфеля 2 и -0,25 — для безрискового актива. У этого портфеля точно такие же факторные коэффициенты  $\beta$ ,

что и у портфеля А:  $\beta$ , равный 0,5 для первого фактора (из-за его весового коэффициента 0,5 для портфеля 1), и  $\beta$ , равный 0,75 для второго фактора.

Однако в отличие от 12%-ной ожидаемой доходности портфеля А, ожидаемая ставка доходности этого портфеля равняется  $(0,5 \times 10) + (0,75 \times 12) - (0,25 \times 4) = 13\%$ . “Длинная” позиция по этому портфелю и “короткая” позиция по портфелю А принесли бы арбитражную прибыль. Общая доходность с учетом положительной безрисковой доходности и для нулевых чистых инвестиций составила бы:

$$\frac{0,13 + 0,5R_{M_1} + 0,75R_{M_2} \quad \text{“Длинная” позиция по факторным портфелям} \\ - (0,12 + 0,5R_{M_1} + 0,75R_{M_2}) \quad \text{“Короткая” позиция по портфелю А}}{0,01}$$

Для обобщения этого доказательства отметим, что воздействие фактора любого портфеля  $P$  задается его коэффициентами  $\beta$ ,  $\beta_{P_1}$  и  $\beta_{P_2}$ . Конкурентный портфель  $Q$  можно сформировать из факторных портфелей со следующими весовыми коэффициентами:  $\beta_{P_1}$  — для портфеля первого фактора;  $\beta_{P_2}$  — для портфеля второго фактора;  $(1 - \beta_{P_1} - \beta_{P_2})$  — для казначейских векселей. По определению  $Q$  характеризуется коэффициентами  $\beta$ , равными коэффициентам  $\beta$  портфеля  $P$ , а его ожидаемая доходность будет выражаться формулой

$$\begin{aligned} E(r_Q) &= \beta_{P_1}E(r_1) + \beta_{P_2}E(r_2) + (1 - \beta_{P_1} - \beta_{P_2})r_f = \\ &= r_f + \beta_{P_1}[E(r_1) - r_f] + \beta_{P_2}[E(r_2) - r_f]. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Следовательно, если мы хотим исключить возможности арбитража, то любой хорошо диверсифицированный портфель с  $\beta$ ,  $\beta_{P_1}$  и  $\beta_{P_2}$  должен иметь доходность, задаваемую уравнением (8.8). Сопоставление уравнений (8.2) и (8.8) показывает, что уравнение (8.8) является лишь обобщением однофакторной SML.

Наконец, распространение многофакторной SML, описываемой уравнением (8.8), на отдельно взятые активы будет точно таким же, как в случае однофакторной АРТ. Уравнение (8.8) не может выполняться для каждого хорошо диверсифицированного портфеля, если оно не выполняется для практически каждой отдельно взятой ценной бумаги. Уравнение (8.8), таким образом, представляет многофакторную SML для экономики со многими источниками риска.

Обобщенная АРТ должна рассматриваться относительно отдельно взятых активов, как в случае однофакторной модели. Многофакторная CAPM может применяться (за счет дополнительных предположений) к каждому и всем отдельно взятым активам. Как мы видели, в результате получается уравнение рынка ценных бумаг (многомерная SML), идентичное уравнению многофакторной АРТ.



#### Контрольный вопрос 6

Используя только что рассмотренные факторные портфели, найдите объективную ставку доходности для ценной бумаги с  $\beta_1 = 0,2$  и  $\beta_2 = 1,4$ .



## ПРИЛОЖЕНИЕ EXCEL

### Оценка индексной модели

Электронная таблица, показанная ниже, также содержит месячные ставки доходности для акций, которые входят в расчет индекса *Dow Jones Industrial Average (DJIA)*. Эта электронная таблица содержит рабочие листы, которые, в свою очередь, включают примерные значения ставок доходности, премий за риск, коэффициентов корреляции и коэффициентов “бета” для акций, входящих в состав *DJIA*. Характеристические линии ценных бумаг оцениваются на основе месячных ставок доходности за пять лет.

	A	B	C	D	E	F	G
1	SUMMARY OUTPUT (ALD)						
2							
3	<i>Regression Statistics</i>						
4	Multiple R	0.618352					
5	R Square	0.3823592					
6	Adjusted R Square	0.3731407					
7	Standard Error	0.0572885					
8	Observations	69					
9							
10							
11		<i>Coefficients</i>	<i>Standard Error</i>	<i>t Stat</i>	<i>P-value</i>	<i>Lower 95%</i>	<i>Upper 95%</i>
12	Intercept	0.0019855	0.007202584	0.27567	0.7836502	-0.012391	0.016362
13	X Variable 1	1.1226946	0.174323696	6.440287	1.5E-08	0.7747429	1.4706462

### Вопросы

Воспользовавшись описанной выше методологией, вычислите коэффициенты “бета” для следующего перечня ценных бумаг, представленных в электронной таблице *Additional Stocks* на Web-сайте [www.mhhe.com/bkm](http://www.mhhe.com/bkm).

ABT HAL  
BUD JNJ  
EMC SWY

## РЕЗЮМЕ

- Ценовая модель рынка капитала (САРМ) исходит из того, что инвесторы действуют рационально и планируют свои действия на один период вперед. Они приходят к одинаковым выводам на основе анализа ценных бумаг и пытаются формировать портфели, оптимальные с точки зрения критерия “средняя доходность—дисперсия доходности”.
- Модель САРМ предполагает наличие идеальных рынков ценных бумаг в том смысле, что: рынки являются достаточно крупными и инвесторы не могут влиять на цены; налоги и транзакционные издержки отсутствуют; все рискованные активы находятся в открытой продаже; любую сумму можно занять или предоставить в кредит по фиксированной, безрисковой ставке.
- Эти предположения означают, что все инвесторы владеют идентичными рискованными портфели. САРМ подразумевает, что в равновесном состоянии рыночный портфель представляет собой уникальный портфель, эффективный с точки

зрения соблюдения критерия “средняя доходность–дисперсия доходности” и находящийся в точке касания SML и эффективной границы. Этот портфель указывает на то, что пассивная стратегия эффективна.

- Рыночный портфель представляет собой портфель, взвешенный по стоимости его компонентов. Каждая ценная бумага, входящая в состав этого портфеля, представлена в нем долей, равной величине ее рыночной капитализации, деленной на совокупную рыночную стоимость всех ценных бумаг. Премия за риск рыночного портфеля пропорциональна его дисперсии  $\sigma_M^2$  и степени неприятия риска средним инвестором.
- CAPM предполагает, что премия за риск любого отдельно взятого актива или инвестиционного портфеля представляет собой премию за риск рыночного портфеля, умноженную на коэффициент “бета” ( $\beta$ ) данного актива.
- На рынке ценных бумаг, представленным значением единственного индекса, коэффициент “бета” любой ценной бумаги можно оценить по уравнению регрессии, показывающему связь дополнительной доходности этой ценной бумаги с дополнительной доходностью индекса. Эта линия регрессии называется характеристической линией ценной бумаги (SCL). Точка пересечения SCL с вертикальной осью (коэффициент “альфа” ( $\alpha$ )) представляет среднюю дополнительную доходность соответствующей ценной бумаги, когда дополнительная доходность индекса равняется нулю. Из CAPM следует, что значение коэффициентов  $\alpha$  ценных бумаг должны равняться нулю.
- Значения коэффициента “бета”, полученные на основе данных за прошедший период, зачастую корректируются, если их предполагается использовать для оценки требуемых будущих ставок доходности.
- Возможность для арбитража возникает в тех случаях, когда расхождения между ценами двух или нескольких ценных бумаг позволяют инвесторам сформировать портфель с нулевыми чистыми инвестициями, который обеспечивает получение гарантированной прибыли. Рациональные инвесторы стремятся занять в арбитражных портфелях бесконечно большие позиции, независимо от степени неприятия риска этих инвесторов.
- Наличие арбитражных возможностей и результирующие объемы торговли оказывают давление на курсы ценных бумаг, которое сохраняется до тех пор, пока цены не достигнут уровней, делающих арбитраж невозможным. Для инициализации этого процесса достаточно, чтобы лишь несколько инвесторов узнали о появлении возможностей арбитража, что объясняется большими объемами купли-продажи ценных бумаг, которые осуществляются этими инвесторами.
- Портфели называются *хорошо диверсифицированными*, если они включают большое количество ценных бумаг в таких пропорциях, что остаточным, или диверсифицируемым риском портфеля можно пренебречь.
- На рынке ценных бумаг с единственным фактором для всех хорошо диверсифицированных портфелей должно выполняться уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент ”бета” для SML, что означает отсутствие условий для арбитражных сделок.



- Если все хорошо диверсифицированные портфели удовлетворяют указанному уравнению “ожидаемая доходность–коэффициент ”бета”, то все ценные бумаги (за исключением, возможно, небольшого их количества) также должны удовлетворять этому уравнению.
- АРТ предполагает такое же уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент ”бета”, что и САРМ, однако не требует, чтобы все инвесторы стремились к оптимизации своих портфелей по критерию “средняя доходность–дисперсия доходности”. Платой за это обобщение является то, что АРТ не гарантирует соблюдение этого уравнения для всех ценных бумаг в любой момент времени.
- Многофакторная АРТ обобщает однофакторную модель для учета нескольких источников систематического риска.

## ВАЖНЕЙШИЕ ТЕРМИНЫ

- арбитраж (arbitrage), 386
- арбитражная теория ценообразования (arbitrage pricing theory — АРТ), 390
- коэффициент “альфа”,  $\alpha$  (alpha), 367
- линия доходности рынка ценных бумаг (security market line — SML), 366
- портфель с нулевыми инвестициями (zero-investment portfolio), 386
- рыночный портфель (market portfolio), 359
- теорема взаимного фонда (mutual fund theorem), 361
- уравнение “ожидаемая доходность–коэффициент ”бета” (expected return–beta relationship), 364
- факторный портфель (factor portfolio), 395
- характеристическая линия ценной бумаги (security characteristic line — SCL), 373
- хорошо диверсифицированный портфель (well-diversified portfolio), 391
- ценовая модель рынка капитала (capital asset pricing model — САРМ), 358

## WEB-САЙТЫ

[www.411stocks.com](http://www.411stocks.com).  
[biz.yahoo.com/i/](http://biz.yahoo.com/i/)

На сайтах можно найти коэффициенты “бета” акций, а также другие меры риска.

## ЗАДАЧИ



1. Какое из приведенных ниже утверждений, касающихся линии рынка ценных бумаг (Security Market Line — SML), *истинные*?

- SML может служить эталоном для оценки ожидаемой эффективности инвестиций.
- SML заставляет всех инвесторов инвестировать в одинаковый для всех портфель рискованных активов.
- SML является графическим представлением взаимосвязи между ожидаемой доходностью и коэффициентом  $\beta$ .
- Активы с правильной оценкой лежат точно на SML.



2. Не расположенность инвесторов к риску предполагает справедливость *всех* перечисленных ниже утверждений, касающихся инвестиционного процесса, *за исключением*:

- а) линия рынка ценных бумаг характеризуется наклоном вверх;
- б) обещаемая доходность облигации с рейтингом AAA выше, чем у облигации с рейтингом A;
- в) инвесторы рассчитывают на положительную взаимосвязь между ожидаемой доходностью и ожидаемым риском;
- г) инвесторы предпочитают портфели, которые попадают точно на эффективную границу, другим портфелям с такими же ставками доходности.

3. Чему равняется коэффициент “бета” портфеля с  $E(r_p) = 20\%$ , если  $r_f = 5\%$ , а  $E(r_M) = 15\%$ ?

4. Рыночный курс ценной бумаги — 40 долларов. Ее ожидаемая доходность — 13%. Безрисковая ставка — 7%, а рыночная премия за риск — 8%. Каким окажется рыночный курс этой ценной бумаги, если ее коэффициент “бета” удвоится (а все другие переменные останутся неизменными)? Предполагается, что дивиденды, выплачиваемые на эту ценную бумагу, также останутся неизменными.

5. Вы — консультант крупной производственной корпорации, оценивающий возможность реализации проекта со следующими чистыми посленалоговыми денежными потоками (млн. долл.):

Года	Посленалоговый денежный поток
0	-20
1–9	10
10	20

Коэффициент “бета” этого проекта — 1,7. Какой окажется чистая приведенная стоимость этого проекта, если  $r_f = 9\%$ , а  $E(r_M) = 19\%$ ? Какова наивысшая возможная оценка  $\beta$  для этого проекта, до того как его NPV станет отрицательной величиной?

6. Следующее утверждение истинное или ложное? Поясните свой ответ.

- a) Акции с нулевым коэффициентом “бета” обеспечивают нулевую ожидаемую ставку доходности.
- b) CAPM предполагает, что инвесторы, у которых на руках находятся ценные бумаги с высокой изменчивостью доходности, требуют получить повышенную доходность от своих инвестиций.
- c) Можно сформировать портфель с  $\beta$ , равным 0,75, инвестируя 0,75 средств в казначейские векселя, а остальное — в рыночный портфель.
7. Рассмотрим следующую таблицу, в которой приведены расчеты финансового аналитика ожидаемой доходности двух акций для двух значений рыночной доходности.

Рыночная доходность (%)	Агрессивные акции (%)	Оборонительные акции (%)
5	2	3,5
20	32	14

- a) Каковы коэффициенты “бета” этих двух акций?
- b) Какова ожидаемая ставка доходности каждой из этих акций, если рыночная ставка доходности с одинаковой степенью вероятности равняется 5% или 20%?
- c) Постройте SML для этого случая, если доходность казначейских векселей — 8%, а рыночная ставка доходности с одинаковой степенью вероятности — 5% или 20%.
- d) Отобразите эти две ценные бумаги на построенной вами SML. Каковы коэффициенты “альфа” этих двух акций?
- e) Какую минимальную ставку доходности, требующуюся для одобрения инвестиционного проекта, должно использовать руководство фирмы с “агрессивными” акциями в случае проекта, обладающего характеристиками риска “оборонительных” акций ?

Если CAPM можно считать справедливой, то какие из ситуаций, перечисленных в задачах 8–14, возможны? Поясните свой ответ. (Каждая ситуация рассматривается независимо от остальных.)

8.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Коэффициент “бета”
A	20	1,4
B	25	1,2

9.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Среднеквадратическое отклонение (%)
A	30	0,35
B	40	0,25

10.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Среднеквадратическое отклонение (%)
Безрисковый актив	10	0
Рыночный портфель	18	24
A	16	12

11.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Среднеквадратическое отклонение (%)
Безрисковый актив	10	0
Рыночный портфель	18	24
A	20	22

12.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Коэффициент
Безрисковый актив	10	0
Рыночный портфель	18	1,0
A	16	1,5

13.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Коэффициент
Безрисковый актив	10	0
Рыночный портфель	18	1,0
A	16	0,9

14.

Портфель	Ожидаемая доходность (%)	Среднеквадратическое отклонение (%)
Безрисковый актив	10	0
Рыночный портфель	18	24
A	16	22

**В задачах 15–17 предполагается, что безрисковая ставка равняется 8%, а ожидаемая рыночная доходность — 18%.**

15. Одна из акций в настоящее время продается по курсу \$100. На эти акции в конце года выплачиваются дивиденды из расчета \$9 за одну акцию. Коэффициент “бета” этих акций — 1,0. На какую продажную цену таких акций могут рассчитывать инвесторы в конце года?
16. Я покупаю фирму с ожидаемым бессрочным денежным потоком, равным тысяче долларов, но не могу сказать ничего определенного о ее риске. Если я считаю, что коэффициент “бета” этой фирмы равняется нулю (в то время

как на самом деле он равняется 1,0), насколько *больше* я предложу за эту фирму, чем она стоит на самом деле?

17. Ожидаемая ставка доходности акций — 6%. Каков их коэффициент “бета”?
18. Сравнивается эффективность работы двух консультантов по инвестициям. Средняя доходность инвестиций одного из них составила 19%, а другого — 16%. Однако коэффициент “бета” первого консультанта равняется 1,5, тогда как второго — 1,0.
- Можно ли сказать, какой из этих консультантов лучше выбирает отдельные акции (общие изменение на рынке во внимание не принимаем)?
  - Если бы доходность казначейских векселей равнялась 6%, а рыночная доходность на протяжении соответствующего периода времени — 14%, какой из этих консультантов выбирал бы акции более удачно?
  - А что если бы доходность казначейских векселей равнялась 3%, а рыночная — 15%?
19. В 2000 году доходность казначейских векселей (считающиеся безрисковыми) составила около 5%. Допустим, что ожидаемая доходность, требуемая рынком для портфеля с  $\beta$ , равным 1,0, составляла 12%. В соответствии с ценовой моделью рынка капитала (CAPM):
- Какова ожидаемая доходность рыночного портфеля?
  - Какой была бы ожидаемая доходность акций с нулевым  $\beta$ ?
  - Допустим, что вы собираетесь купить акции по цене \$40 за одну акцию. Предполагается, что в следующем году по этим акциям будут выплачиваться дивиденды из расчета \$3 за одну акцию и тогда их можно будет продавать по цене \$41 за одну акцию. Риск этих акций оценивается на уровне  $\beta = -0,5$ . Что вы можете сказать о цене этих акций: она занижена или, наоборот, завышена?
20. Исходя из текущих дивидендных платежей и ожидаемого прироста капитала, предполагается, что ожидаемая доходность портфелей *A* и *B* должна равняться 11% и 14% соответственно. Коэффициент “бета” для портфеля *A* равняется 0,8, тогда как коэффициент “бета” для портфеля *B* равняется 1,5. Доходность казначейских векселей в настоящее время равняется 6%, тогда как ожидаемая доходность индекса *S&P 500* равняется 12%. Среднеквадратическое отклонение портфеля *A* равняется 10% ежегодно, тогда как среднеквадратическое отклонение портфеля *B* равняется 31%, а среднеквадратическое отклонение индекса *S&P 500* равняется 20%.
- Если в данный момент вы владеете рыночным индексным портфелем, присоедините ли вы к нему какой-либо из двух указанных портфелей? Поясните свой ответ.
  - Если вместо этого вы могли бы инвестировать *только* в казначейские векселя и в один из этих портфелей, какому бы из них вы отдали предпочтение?
21. Рассмотрим следующие данные для однофакторной экономической системы. (Все портфели хорошо диверсифицированы.)

Портфель	$E(r)$ (%)	Коэффициент "бета"
A	10	1,0
F	4	0

Допустим, что другой портфель ( $E$ ) хорошо диверсифицирован; его  $\beta$  равняется  $2/3$ , а ожидаемая ставка доходности — 9%. Существует ли возможность арбитража? Если да, то какой должна быть стратегия арбитража?

22. Ниже приведен сценарий для трех акций, составленный финансовыми аналитиками компании *PF Inc.*

Акции	Цена (долл.)	Ставка доходности сценария (%)		
		Экономический спад	Нормальное развитие	Экономический подъем
A	10	-15	20	30
B	15	25	10	-10
C	50	12	15	12

- а) Сформируйте с помощью этих акций арбитражный портфель.
- б) Как могли бы измениться эти цены при восстановлении равновесия? Приведите пример, когда для восстановления равновесия было бы достаточно изменения цены акций  $C$  (предполагается, что денежные выплаты по акциям  $C$  остаются неизменными).
23. Предполагается, что портфели  $A$  и  $B$  хорошо диверсифицированы, причем  $E(r_A) = 14\%$ , а  $E(r_B) = 14,8\%$ . Если в соответствующей экономической системе действует только один фактор и  $\beta_A = 1,0$ , а  $\beta_B = 1,1$ , какой должна быть безрисковая ставка?
24. Допустим, что рыночный индекс представляет единственный фактор, а все акции характеризуются коэффициентом "бета", равным 1,0. Все ставки доходности, специфические для конкретной фирмы, характеризуются 30%-ным среднеквадратическим отклонением.  
Допустим, что некий финансовый аналитик, изучив 20 акций, выясняет, что у половины из них коэффициент "альфа" равняется 3%, а у другой половины -3%. Затем этот специалист покупает равновзвешенный портфель акций с положительным значением коэффициента "альфа" общей стоимостью миллион долларов и продает равновзвешенный портфель акций с отрицательным значением  $\alpha$  с той же общей стоимостью.
- а) Какова ожидаемая доходность (в денежном выражении) и каково среднеквадратическое отклонение прибыли, полученной этим аналитиком?
- б) Как изменится ваш ответ, если аналитик будет рассматривать не 20 акций, а 50? А если он будет рассматривать 100 акций?
25. Если мы хотим, чтобы АРТ принесла практическую пользу, количество систематических факторов в рассматриваемой экономической системе должно быть невелико. Почему?

26. Сама по себе АРТ не дает какой-либо информации о факторах, которые необходимы для определения премий за риск. Какие же факторы в таком случае следует анализировать? Является ли промышленное производство тем фактором, который целесообразно проверять с точки зрения премии за риск? Поясните свой ответ.
27. Допустим, в экономике США выявлены два фактора: темпы роста промышленного производства (Industrial Production — IP) и темпы инфляции (Inflation Rate — IR). Ожидается, что IP составит 4%, а IR — 6%. В настоящий момент ожидается, что акции с  $\beta$ , равным 1,0 для IP и 0,4 по IR, обеспечат ставку доходности, равную 14%. Если промышленное производство фактически вырастет на 5%, а темпы инфляции составят 7%, каким окажется ваш оптимистический прогноз ставки доходности этих акции?
28. Допустим, что существует два независимых экономических фактора —  $M_1$  и  $M_2$ , безрисковая ставка равняется 7%, а все акции имеют независимые компоненты, специфические для конкретной фирмы, с 50%-ным среднеквадратическим отклонением. Ниже указаны хорошо диверсифицированные портфели.

Портфель	Коэффициент "бета" для $M_1$	Коэффициент "бета" $M_2$	Ожидаемая доходность (%)
A	1,8	2,1	40
B	2,0	-0,5	10

Каково уравнение "ожидаемая доходность–коэффициент "бета"?"



## ОТВЕТЫ НА КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. CML будет по-прежнему представлять эффективные инвестиции. Всю генеральную совокупность можно охарактеризовать двумя репрезентативными инвесторами. Один из них — "неинформированный" инвестор, который не занимается анализом ценных бумаг и предпочитает рыночный портфель, тогда как другой выполняет оптимизацию с помощью алгоритма Марковица (исходными данными служит анализ ценных бумаг). "Неинформированный" инвестор не знает, какими исходными данными пользуется информированный инвестор при выполнении покупок для портфеля. "Неинформированный" инвестор знает, однако, если другой инвестор — информированный, то пропорции рыночного портфеля будут оптимальными. Таким образом, отход от этих пропорций приведет к "неинформированной" ставке, которая в среднем снизит эффективность диверсификации без какого-либо компенсирующего улучшения ожидаемой доходности.
2. Подстановка в уравнение (8.1) показателей среднего значения и среднеквадратического отклонения за прошедший период позволяет получить коэффициент неприятия риска в следующем виде:

$$A^* = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M^2} = \frac{0,085}{0,20^2} = 2,1.$$

Это выражение также говорит о том, что при заданном среднеквадратическом отклонении за прошедший период и коэффициенте неприятия риска, равном 3,5, премия за риск составит

$$E(r_M) - r_f = A * \sigma_M^2 = 3,5 * 0,20^2 = 0,14 (14\%).$$

3.  $\beta_{Ford} = 1,25$ ,  $\beta_{GM} = 1,15$ . Следовательно, при заданных инвестиционных пропорциях  $\beta$  портфеля равняется

$$\beta_P = w_{Ford} \beta_{Ford} + w_{GM} \beta_{GM} = (0,75 * 1,25) + (0,25 * 1,15) = 1,225,$$

а премия за риск портфеля составит

$$E(r_P) - r_f = \beta_P [E(r_M) - r_f] = 1,225 * 8\% = 9,8\%.$$

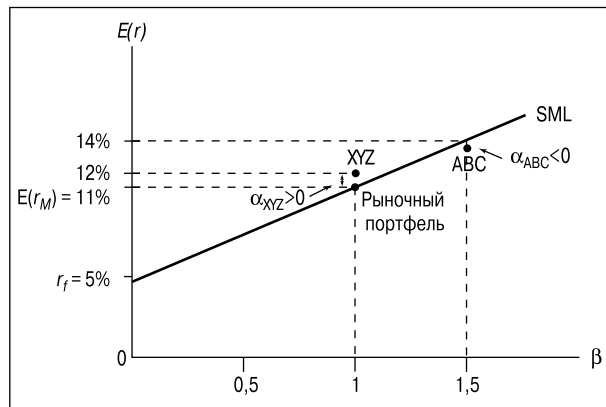
4.

- а) Коэффициент “альфа” акций представляет собой превышение ожидаемой доходности этих акций над ставкой доходности, рассчитываемой согласно CAPM:

$$\alpha = E(r) - \{r_f + \beta[E(r_M) - r_f]\},$$

$$\alpha_{XYZ} = 12 - [5 + 1,0(11 - 5)] = 1,$$

$$\alpha_{ABC} = 13 - [5 + 1,5(11 - 5)] = -1\%.$$



- б) Требуемая ставка доходности, специфическая для конкретного инвестиционного проекта, определяется коэффициентом “бета” этого проекта в сочетании с рыночной премией за риск и безрисковой ставкой. Из CAPM следует, что приемлемая ожидаемая ставка доходности для такого проекта равняется

$$E(r_f) + \beta[E(r_M) - r_f] = 8 + 1,3(16 - 8) = 18,4\%.$$

Этот показатель становится минимальной ставкой доходности, которая требуется для одобрения данного инвестиционного проекта. Если IRR этого проекта — 19%, то такой проект считается желательным. Любой проект (характеризующийся таким же  $\beta$ ) с IRR, равным или меньшим 18,4%, должен быть отвергнут.



5. Наименее доходный сценарий в настоящее время обеспечивает прибыль, составляющую 10 тысяч долларов, и валовые поступления от равновзвешенного портфеля, составляющие 700 тысяч долларов. Когда цена акций *Dreck* падает, выручки от продажи уже не хватит, чтобы купить такой равновзвешенный портфель. Когда цена акций *Dreck* падает больше, чем на величину коэффициента, равного  $10\,000/700\,000$ , арбитраж становится невозможным, поскольку прибыль в наихудшем состоянии упадет ниже нуля. Чтобы убедиться в этом, допустим, что цена акций *Dreck* падает до уровня  $\$10 \times (1 - 1/70)$ . Продажа 300 тысяч акций теперь принесет 2 957 142 доллара, что делает возможными долларовые инвестиции в каждую из остальных акций не более 985 714 доллара. В случае сценария с высокой реальной процентной ставкой и низкой инфляцией прибыль будет сведена к нулю.

Акции	Долларовые инвестиции (долл.)	Ставка доходности (%)	Прибыль (долл.)
Арех	985 714	20	197 143
Bull	985 714	70	690 000
Crush	985 714	-20	-197 143
Dreck	-2 957 142	Неизвестна*	-690 000
Итого	0		0

\* Доходность акций *Dreck* предполагается постоянной даже в случае падения цены этих акций. Таким образом, ставка доходности на акции *Dreck* зависит от уровня, до которого упадет цена этих акций, но в любом случае для ответа на этот вопрос ставка доходности не требуется.

При любой цене акций *Dreck* ниже  $\$10 \times (1 - 1/70) = \$9,857$ , прибыль окажется отрицательной; это означает, что возможность арбитража исчезла. Примечание:  $\$9,857$  не является равновесной ценой акций *Dreck*. Это просто верхняя граница цены акций *Dreck*, которая исключает возможность простого арбитража.

6. Воспользовавшись уравнением (8.8), находим значение ожидаемой доходности:

$$4 + (0,2 \times 6) + (1,4 \times 8) = 16,4\% .$$