

## МОДЕЛИРОВАНИЕ КРЕДИТНОГО РИСКА

**Тим Бэкшелл (Tim Backshall)**

Директор по стратегиям кредитного рынка  
Компания Barra, Inc.

**Кай Гайзеке (Kay Giesecke), доктор философии (Ph.D.)**

Ассистент  
Школа операционных исследований (School of Operational Research)  
Корнельский университет (Cornell University)

**Лиза Голдберг (Lisa Goldberg), доктор философии**

Вице-президент по кредитным исследованиям  
Компания Barra, Inc.

В последние годы появилось много теоретических моделей, предназначенных для оценки кредитного риска. Учитывая крупномасштабные изменения, происходящие на рынке, появление опытных игроков и возрастание сложности инвестиционных активов, большинство этих исследований было сосредоточено на проблемах ценообразования корпоративных долговых обязательств. Однако многие модели не смогли адекватно описать явления реального мира, например кредитные спрэды. Эта глава носит практический характер. В ней излагается история и рассматриваются перспективы моделирования кредитного риска и методов оценки рискованных активов.

Кредитный риск — это распределение финансовых убытков, возникающих вследствие неожиданного изменения кредитоспособности контрагента по финансовому соглашению. Он проявляется по-разному: от простого снижения рейтинга до отказа от обслуживания долга и ликвидации. Кредитному риску подвергают-

ся практически все финансовые сделки. Распределение кредитных потерь носит сложный характер. В центре внимания исследователей, изучающих кредитные потери, находится вероятность дефолта, под которым мы понимаем отказ от выполнения финансового соглашения. Для того чтобы оценить вероятность дефолта, необходимо определить следующие понятия.

- Неопределенность с точки зрения инвестора
- Доступная информация и ее эволюция со временем
- Дефолт

Однако оценки вероятности дефолта самой по себе недостаточно для определения цены ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску. Для этого необходимо дополнительно описать следующие модели.

- Модель безрисковой процентной ставки
- Модель возмещения по дефолту
- Модель поведения инвесторов, требующих компенсации за систематический кредитный риск

Кредитная премия ставит в соответствие реальным вероятностям дефолта вероятности, подразумеваемые рынком и отраженные в рыночных ценах. Для оценки стоимости ценных бумаг, выпущенных разными эмитентами и чувствительных к кредитному риску, и для измерения совокупного кредитного риска, которому подвергается весь портфель инвестиций, необходимо дополнительно сформулировать следующую модель.

- Модель, связывающую между собой дефолты разных компаний

Существует три основных количественных подхода к анализу кредитов. В рамках *структурного подхода* (structural approach) исследователи делают явные предположения о динамике активов фирмы, структуре ее капитала, а также ее долговых обязательствах и акционерах. Компания объявляет дефолт, если ее активы не соответствуют определенным показателям. В такой ситуации корпоративное долговое обязательство может рассматриваться как опцион на активы фирмы. *Редуцированный подход* (reduced-form approach) ничего не говорит о дефолте компании. Вместо этого во главу угла ставится изучение экзогенной динамики дефолтов, которая измеряется с помощью интенсивности дефолтов (default rate, or intensity). В рамках этого подхода стоимость ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску, можно вычислить на основе предположения, что они не подвергаются риску дефолта, а их процентная ставка является безрисковой с поправкой на интенсивность дефолтов. *Подход с неполной информацией* (incomplete-information approach) объединяет структурные и редуцированные модели. Устраняя недостатки, присущие этим моделям, он использует их лучшие свойства: экономические и интуитивно понятные преимущества структурных моделей, с одной стороны,

а также удобство и эмпирическую пригодность редуцированных моделей, с другой стороны.

В настоящей главе эти три подхода рассматриваются в контексте разных аспектов кредитного моделирования. Наша цель — дать краткий обзор методов кредитного моделирования и указать основные ориентиры для изучения огромного объема литературы, посвященной этому вопросу.<sup>1</sup>

## Структурные кредитные модели

В основе структурного подхода, восходящего к работам Блэка (Black) и Шоулза (Scholes)<sup>2</sup>, а также Мертона (Merton)<sup>3</sup>, лежит предположение, что корпоративные долговые обязательства представляют собой возможные будущие претензии на активы фирмы. Главным источником неопределенности, влияющей на кредитный риск, является рыночная стоимость компании.

### Классический подход

Рассмотрим фирму с рыночной стоимостью  $V$ , представляющей собой величину ее ожидаемых дисконтированных будущих денежных потоков. Источником финансирования этой фирмы являются акция и нуль-купонная облигация с номинальной стоимостью  $K$  и сроком погашения  $T$ . В соответствии с контрактом фирма должна возместить сумму  $K$  держателям облигации. Условия долгового соглашения дают держателям облигации абсолютный приоритет: если компания не сможет выполнить свои долговые обязательства, то владение фирмой немедленно переходит к держателям облигаций.

На ил. 33.1 продемонстрировано несколько вариантов траектории, которую может пройти стоимость фирмы. Дефолт возникает, если стоимость фирмы в момент погашения меньше номинальной стоимости долгового обязательства  $K$ . Конкретный вид траектории в этом случае не имеет значения. Важной является лишь стоимость компании в момент погашения долга  $T$ . Следовательно, вероятность дефолта равна вероятности того, что стоимость фирмы в момент погашения долгового обязательства окажется меньше ее номинальной стоимости. Для того чтобы вычислить эту вероятность, следует сделать предположение о распределении стоимости фирмы в момент погашения. Как правило, считается, что это распределение является логнормальным. Теперь вероятность дефолта можно вычислить,

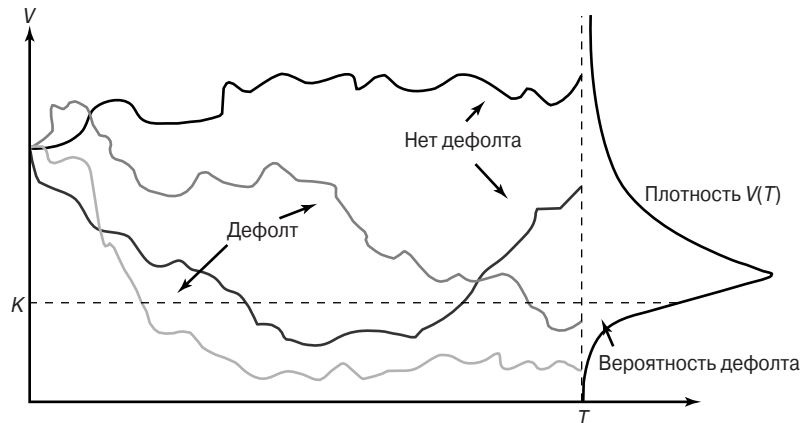
<sup>1</sup> Математические аспекты этой проблемы изложены в работе *Giesecke K. Credit Risk Modeling and Valuation: An Introduction* // In: David Shimko (ed.), *Credit Risk: Models and Management*, vol. 2. — London: Riskbooks, 2004.

<sup>2</sup> *Black F. and Scholes M. The pricing of options and corporate liabilities* // *Journal of Political Economy*. — 1973. — V. 81. — P. 81–98.

<sup>3</sup> *Merton R. C. On the pricing of corporate debt: the risk structure of interest rates* // *Journal of Finance*. — 1974. — V. 29. — P. 449–470.

определив площадь фигуры, ограниченной функцией плотности логнормального распределения, показанной на графике. Эту вероятность можно также вычислить явно, используя номинальную стоимость долгового обязательства  $K$ , текущую стоимость фирмы  $V(0)$ , волатильность стоимости фирмы, скорость роста этой стоимости и величину  $T$ .

**Иллюстрация 33.1.** Классическая интерпретация дефолта



Если фирма не имеет права выкупать акции или эмитировать новое привилегированное долговое обязательство, то выигрыш по долговым обязательствам фирмы в момент их погашения  $T$  равен величинам, перечисленным на ил. 33.2. Если стоимость активов  $V(T)$  превышает номинальную стоимость облигаций  $K$  или равна ей, то держатели облигаций получают обещанную стоимость  $K$ , а акционеры — оставшуюся сумму  $V(T) - K$ . Однако если стоимость активов  $V(T)$  меньше  $K$ , то фирма перейдет в собственность держателей облигаций, теряющих сумму  $K - V(T)$ . В этом случае акции обесцениваются.

**Иллюстрация 33.2.** Классический выигрыш в момент погашения долгового обязательства

Описание события	Актив	Долг	Акция
Нет дефолта	$V(T) \geq K$	$K$	$V(T) - K$
Дефолт	$V(T) < K$	$V(T)$	0

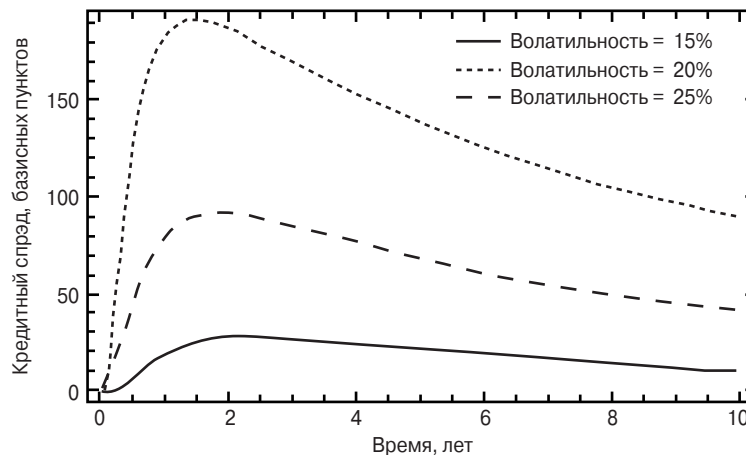
Подведем итог. Стоимость облигации эквивалентна стоимости портфеля, состоящего из бездефолтного займа с номинальной стоимостью  $K$  в момент погашения  $T$  и короткой позиции по европейскому опциону “пут” на активы фирмы с ценой исполнения  $K$  и сроком действия  $T$ . Стоимость акции эквивалентна выигрышу по европейскому опциону “колл” на активы с ценой исполнения  $K$  и сроком

действия  $T$ . Таким образом, оценка акции и рискованного долгового обязательства сводится к оценке стоимости европейских опционов.

Кредитный спрэд — это разность между доходностью рискованной облигации и доходностью эквивалентной бездефолтной облигации с нулевым купоном. Этот спрэд обеспечивает избыточную доходность, требуемую держателями облигаций за риск потенциального дефолта. Кредитный спрэд является функцией, зависящей от срока погашения  $T$ , волатильности активов (делового риска фирмы), начального уровня левереджа  $K/V(0)$  и безрисковой ставки.

Предположим, что начальный уровень левереджа равен 80%, а безрисковая процентная ставка равна 6%. На ил. 33.3 показана временная структура кредитных спрэдов при разных уровнях волатильности активов. Легко видеть, что при возрастающей волатильности активов (делового риска) возрастает и кредитный спрэд, требуемый рынком в качестве компенсации риска дефолта. Кроме того, при коротких сроках погашения кредитный спрэд резко падает до нуля, причем чем больше волатильность, тем круче возникающий горб.

**Иллюстрация 33.3.** Временная структура кредитных спрэдов при разных уровнях волатильности активов в классической модели



## Барьерный подход

В классической модели стоимость фирмы может падать до нуля, не приводя к дефолту. Как указали Блэк и Кокс (Cox), это невыгодно для держателей облигаций.<sup>4</sup> Условия соглашения об эмиссии облигации содержат оговорки, дающие держателям облигация право реорганизовывать фирму, если ее стоимость падает ниже установленного барьера.

<sup>4</sup>Black F. and Cox J.C. Valuing corporate securities: some effects of bond indenture provisions // Journal of Finance. — 1976. — P. 351–367.

Барьерный подход (first-passage time models) является обобщением классической модели. В рамках этой модели дефолт может происходить не только в момент погашения долгового обязательства, но и в любой другой момент времени. Предполагается, что дефолт возникает, если стоимость фирмы  $V$  переходит установленный дефолтный барьер  $D$ . Величина дефолтного барьера, как и стоимость фирмы, обычно описывается стохастическим процессом. Однако для удобства величину барьера часто задают с помощью детерминированной функции или просто фиксируют.

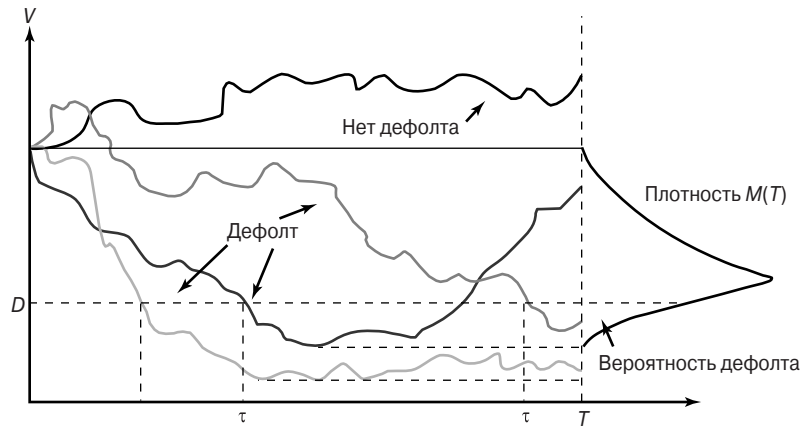
Предположим, что величина дефолтного барьера  $D$  является константой, которая больше нуля и меньше начальной стоимости фирмы. Это предположение вполне разумно, поскольку величина долговых обязательств является неотрицательной и не превышает стоимости текущего актива. Тогда более реалистично считать, что дефолт происходит в момент, когда стоимость фирмы падает ниже дефолтного барьера. Иначе говоря, фирмы могут объявлять дефолт не только в момент погашения долга. Это ослабляет европейскую природу дефолта, принятую в рамках классической модели, но одновременно обеспечивает более реалистичное описание ситуации.

На ил. 33.4 показаны несколько возможных траекторий, которые может пройти стоимость фирмы, и постоянный дефолтный барьер  $D$ . Предположим, что величина барьера  $D$  равна номинальной стоимости долгового обязательства фирмы. Дефолт возникает, если стоимость фирмы снижается, поскольку в этом случае она будет ниже дефолтного барьера в течение всего временного горизонта до наступления момента  $T$ . Как следует из графика, разным траекториям стоимости фирмы соответствуют разные моменты дефолта. В отличие от классической модели, описанной выше, в барьерной модели рассматриваются любые траектории стоимости фирмы. Траектория, обеспечивающая выживание компании в классической модели, может привести к дефолту в рамках барьерной модели. Следовательно, барьерная модель повышает вероятность дефолта по сравнению с классической моделью.

Вероятность дефолта равна вероятности того, что минимальная стоимость фирмы на временном горизонте  $M(T)$  окажется ниже дефолтного барьера  $D$ . Для того чтобы вычислить эту вероятность, мы, как и в классической модели, выдвигаем предположение о распределении будущей стоимости фирмы. Одновременно оно определяет распределение минимальной стоимости фирмы на рассматриваемом временном горизонте. Если стоимость фирмы имеет логнормальное распределение, то распределение минимальной стоимости фирмы является обратным к нормальному. Вероятность дефолта равна площади, ограниченной функцией плотности обратного нормального распределения между нулем и величиной дефолтного барьера  $D$ .

Рассмотрим выигрыш инвестора, обладающего долговыми обязательствами фирмы. Для простоты предположим, что дефолтный барьер равен номинальной

Иллюстрация 33.4. Дефолт в барьерной модели



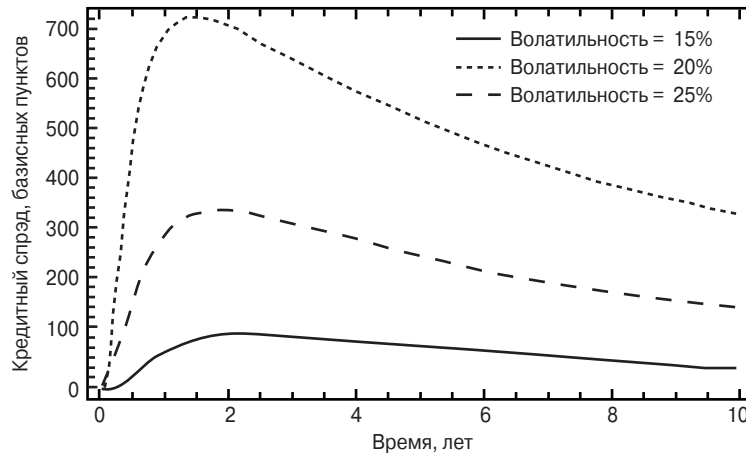
стоимости долгового обязательства компании. Если стоимость фирмы никогда не падает ниже установленного барьера на протяжении всего срока действия облигации, то инвесторы получают номинальную стоимость облигации  $K$ , а акционеры — остальную сумму  $V(T) - K$ . Однако, если в какой-то момент времени до погашения облигации стоимость фирмы падает ниже установленного барьера, фирма объявляет дефолт. В этом случае фирма прекращает все свои операции, инвесторы получают право собственности на все оставшиеся активы, а акционеры не получают ничего.

Следовательно, акция эквивалентна барьерному опциону выхода “колл” (down-and-out call) на активы фирмы с ценой исполнения, равной номинальной стоимости долгового обязательства, уровнем барьера, равным уровню дефолтного барьера, и сроком действия, равным сроку погашения облигаций. Стоимость долгового обязательства равна разности между стоимостью фирмы и ценой акции. Таким образом, оценка стоимости акции и рискованного долгового обязательства сводится к оценке европейских барьерных опционов.

Рассмотрим кредитный спрэд, подразумеваемый барьерной моделью (ил. 33.5). Предположим, что дефолтный барьер является постоянным и равен номинальной стоимости облигации. Пусть уровень левереджа равен 60%, а безрисковая процентная ставка — 6%, как показано на ил. 33.3. Кроме того, будем считать, что в случае дефолта держатели облигаций получают обратно 50% своих первоначальных инвестиций.

При увеличении срока погашения  $T$  спрэд асимптотически стремится к нулю, что не согласуется с эмпирическими наблюдениями, поскольку для многих компаний при увеличении срока погашения облигаций спрэды возрастают. Это отражает тот факт, что отдаленные перспективы являются более неопределенными, чем ближайшие. Такое несоответствие объясняется двумя свойствами модели:

**Иллюстрация 33.5.** Временная структура кредитных спрэдов при разных уровнях волатильности активов в барьерной модели



стоимость фирмы возрастает со скоростью, равной положительной (безрисковой) ставке, а структура капитала является постоянной и считается известной. Следуя работе Коллин-Дюфресне (Collin-Dufresne) и Годштейна (Goldstein)<sup>5</sup>, мы решим эту проблему, считая, что общая сумма долга возрастает с положительной скоростью или фирмы поддерживают определенный заданный уровень леввереджа. Главным моментом является то, что уровни спрэдов в барьерной модели намного выше и более реалистичны, чем в классической. Это объясняется тем, что вероятности дефолта в барьерной модели выше, чем в классической.

### Взаимосвязанные дефолты

Кредитные спрэды разных эмитентов коррелируют друг с другом. Временные ряды спрэдов разделяются на два вида. К первой категории относятся спрэды, зависимость от макроэкономических факторов которых является очень гладкой функцией. Это значит, что фирмы зависят от экономической ситуации, как и все остальные компании, что проявляется в циклической природе корреляции между дефолтами. Ко второй категории относятся временные ряды, имеющие скачки: это часто характерно для некоторых фирм и даже для всего рынка. Такой вид зависимости означает, что произошло внезапное значительное изменение кредитного риска эмитента, приведшее к скачку спрэда, который распространился на временные ряды спрэдов других эмитентов. В основе этого явления лежит предположение, что экономическое неблагополучие заразно и передается от фирмы к фирме. Типичным каналом распространения этой заразы являются цепочки

<sup>5</sup>Collin-Dufresne P. and Goldstein R. Do credit spreads reflect stationary leverage ratios? // Journal of Finance. — 2001. — V. 56. — P. 1929–1958.



заимствований и кредитов. Таким образом, финансовое благополучие фирм, связанных такими цепочками, зависит от финансового положения партнеров.

Необходимо инкорпорировать механизм корреляции между дефолтами в структурную модель. Для того чтобы учесть циклический характер корреляции, естественно предположить, что уровни стоимости нескольких фирм коррелируют во времени друг с другом. Это соответствует общим факторам, влияющим на доходность активов. Рассмотрим простейший случай, в котором стоимость двух фирм имеет логнормальное распределение. Наше определение дефолта соответствует классической модели.

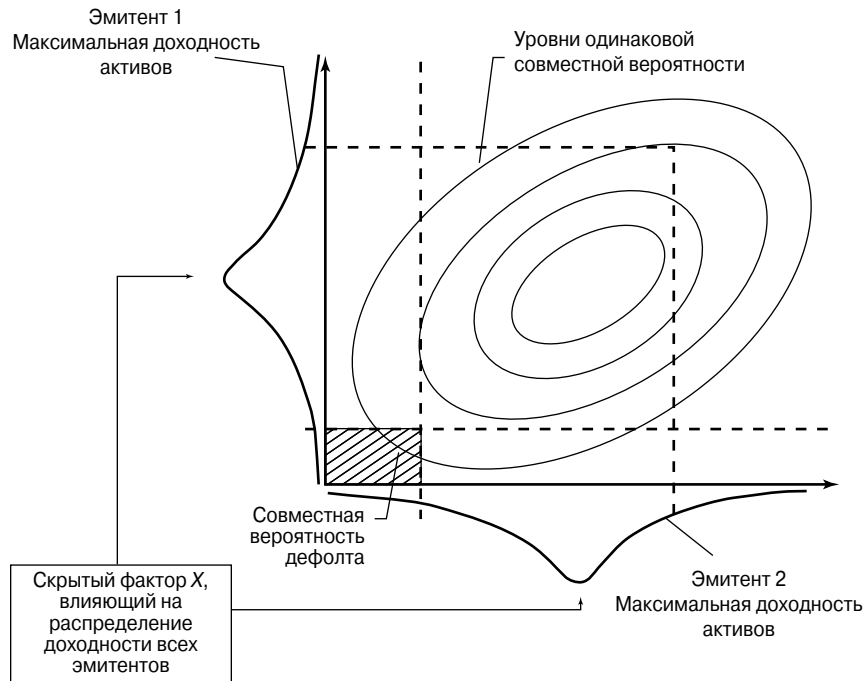
Рассматриваемая ситуация продемонстрирована на ил. 33.6. На осях координат изображены распределения максимальной доходности активов обеих фирм. Индивидуальные распределения доходности активов являются нормальными, т.е. имеют колоколообразную форму. Индивидуальная доходность моделируется с помощью линейной факторной модели, учитывающей систематический и специфический риск. Систематический риск моделируется с помощью общего скрытого фактора  $X$ , влияющего на систематические колебания доходности активов обеих фирм. Чувствительность доходности активов к этому фактору влияет на величину корреляции между активами обеих фирм. Эта корреляция между активами, в свою очередь, определяет корреляцию между дефолтами фирм.

Эллипсы, изображенные на иллюстрации, представляют собой линии равного уровня совместной вероятности доходности активов. Заштрихованная область в левом нижнем углу иллюстрирует совместную вероятность дефолта, которая равна площади области, ниже которой стоимость активов как первой, так и второй фирм не превышает соответствующих барьеров.

Корреляция между активами отражает зависимость между фирмами, естественным образом определенную общими экономическими факторами. Намного сложнее моделировать эффект заражения дефолтом. Проще всего использовать для описания стоимости фирмы модель скачкообразной диффузии. Будем считать, что скачок стоимости одной из фирм вниз с определенной вероятностью приводит к скачкам стоимости других фирм. Это соответствует общим представлениям о распространении экономического неблагополучия. Однако такой подход сталкивается с большими сложностями, связанными с отсутствием определенных результатов, касающихся законов совместного распределения стоимости активов. В свою очередь, такое распределение необходимо знать, чтобы вычислить вероятность совместного дефолта.

Более успешным оказался подход, связанный с использованием барьерных уровней  $D_i$ . Предположим, что уровень барьера является случайным и зависит от ликвидности активов фирмы, которая, в свою очередь, зависит от платежеспособности партнеров фирмы. Если ликвидность фирмы снижается вследствие дефолта контрагента, то фирма компенсирует убытки, выпуская новые долговые обязательства. В результате дефолтный барьер повышается: теперь при прочих

**Иллюстрация 33.6.** Иллюстративный пример моделирования совместного дефолта в рамках структурного подхода



равных условиях вероятность дефолта этой фирмы становится выше, чем раньше. Если контрагент не объявляет дефолт, то дефолтный барьер не изменяется. Эта модель позволяет аппроксимировать распределение убытков по кредитному портфелю.

## Кредитная премия

Все эмитенты ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску, зависят от общей экономической ситуации. Отсюда следует, что совокупный кредитный риск невозможно свести к нулю с помощью диверсификации. Невозможность диверсификации, т.е. наличие систематического риска, должна быть компенсирована премией.

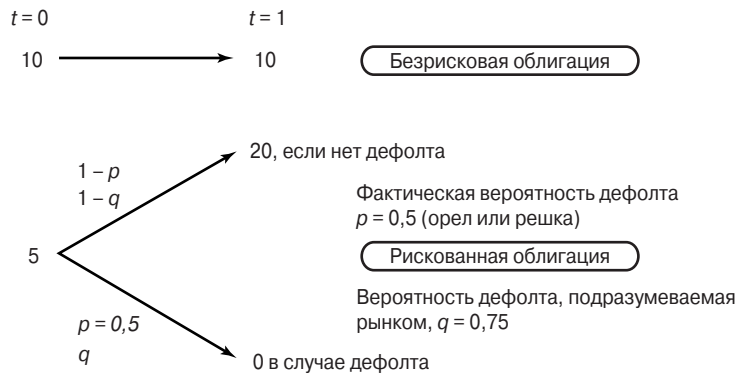
Эмпирические данные о величине кредитной премии хорошо известны. Их важность зависит от использования количественной кредитной модели. Если кредитная модель предназначена для прогнозирования вероятности дефолта, то она должна отражать ретроспективные данные о дефолтах. Если же она предназначена для оценки стоимости ценных бумаг, подверженных кредитному риску, она должна соответствовать наблюдаемым рыночным ценам. Для того чтобы пра-

вильно использовать и рыночные цены, и ретроспективные данные в процессе калибровки кредитной модели, необходимо понимать зависимость между реальными дефолтами и стоимостью ценных бумаг, по которым может быть объявлен дефолт.

Именно в таких ситуациях раскрывается смысл кредитной премии: она ставит в соответствие реальной вероятности дефолта  $p(T)$  вероятность дефолта  $q(T)$ , подразумеваемую рынком и включенную в рыночную стоимость.

Опишем разницу между этими величинами на простом примере, продемонстрированном на ил. 33.7. Рассмотрим однопериодический рынок с двумя ценными бумагами: безрисковой облигацией стоимостью 10 денежных единиц, по которой инвестор получает 10 денежных единиц (безрисковая ставка равна нулю), и облигацию, подверженную риску дефолта, продаваемую за 5 денежных единиц, по которой выплачиваются 20 денежных единиц при отсутствии дефолта и нуль — при дефолте в конце рассматриваемого периода.

**Иллюстрация 33.7.** Реальные и подразумеваемые вероятности дефолта



Предположим, что фактическая вероятность дефолта равна  $p = 0,5$  (т.е. 50%, что эквивалентно подбрасыванию монеты). Однако эта величина не является вероятностью, которую рынок использует для оценки облигации, иначе стоимость облигации была бы равной  $20 \times p + 0 \times (1 - p) = 10$  денежных единиц, что в два раза превышает цену, по которой эта облигация продается на самом деле. При такой цене инвестор, не желающий рисковать, предпочтет либо вложить средства в безрисковую облигацию, которая стоит тоже 10 денежных единиц, либо потребует дисконт в качестве компенсации за риск. Рынок требует, чтобы дисконт был равен 5 денежным единицам. Соответствующая цена отражает вероятность дефолта  $q$ , подразумеваемую рынком и удовлетворяющую условию  $5 = 20 \times (1 - q)$ . Отсюда следует, что вероятность дефолта равна  $q = 0,75$  (75%-ная вероятность дефолта) и превышает фактическую вероятность  $p = 0,5$ .

Для того чтобы учесть нежелание рисковать величиной ожидаемого выигрыша по рискованной облигации, рынок приписывает неблагоприятным факторам бóльший вес. В структурных моделях с указанной динамикой стоимости фирмы и постоянной безрисковой ставкой ситуация усложняется незначительно.

При отсутствии арбитражных возможностей премия за кредитный риск  $\alpha$  однозначно определяется через рыночную стоимость ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску, например акций или долговых обязательств, и измеряется с помощью избыточного спреда над безрисковой доходностью на единицу риска, измеренного в виде волатильности активов. Если рынок не желает рисковать, то величина  $\alpha$  является положительной: инвесторы, вкладывающие средства в активы фирм, подвергающихся кредитному риску, требуют, чтобы их доходность была выше, чем безрисковая доходность. Избыточная доходность любых ценных бумаг, подвергающихся кредитному риску, равна величине ее волатильности, умноженной на коэффициент  $\alpha$ .

## Калибровка

Процесс калибровки количественных кредитных моделей тесно связан с их использованием. Для того чтобы оценить отдельную ценную бумагу, чувствительную к кредитному риску, с помощью структурной модели, необходимо измерить безрисковую процентную ставку, волатильность актива, номинальную стоимость долгового обязательства, дефолтный барьер и срок погашения долга. Правда, дефолтный барьер учитывается только в барьерной модели. Чтобы применить эту модель для прогнозирования фактических вероятностей дефолта, следует дополнительно оценить скорость роста стоимости активов фирмы или, что эквивалентно, премию за кредитный риск  $\alpha$ . При моделировании ситуации, в которой задействовано много фирм, необходимо также определить корреляцию между активами.

Стоимость фирмы не является наблюдаемой величиной, поэтому она определяется косвенным путем на основе параметров, зависящих от цен акций, которые публикуются в открытой печати. Безрисковые процентные ставки можно оценить с помощью цен казначейских облигаций, не подверженных риску дефолта. Мы не останавливаемся на методах оценки номинальной стоимости и срока погашения долга на основе бухгалтерских документов, поскольку эта задача при сложной структуре капитала является нетривиальной. На практике эти параметры фиксируются по правилам, устанавливаемым в каждом отдельном случае, например на уровне средней суммы краткосрочных и долгосрочных долговых обязательств. Ниже мы опишем более разумный способ решения этой проблемы.

Рассмотрим классический подход. Джоунс (Jones), Мейсон (Mason) и Розенфельд (Rosenfeld), а также многие другие специалисты предложили определять

стоимость активов и их волатильность на основе цен акций и их волатильности.<sup>6</sup> Первое уравнение связывает между собой цену акции со стоимостью активов, временем и волатильностью активов. Оно следует из функции Блэка–Шоулза, используемой для оценки европейского опциона “колл” с ценой исполнения  $K$  и сроком погашения  $T$ . Второе уравнение связывает цену акции с волатильностью акции и активов, коэффициентом дельта, характеризующим акцию, а также со стоимостью активов. Эта связь является следствием применения формулы Ито к первому уравнению.

Эти два уравнения позволяют “перевести” временной ряд стоимости акции во временной ряд стоимости активов и волатильности. В качестве волатильности акции можно использовать эмпирическое стандартное отклонение доходности акции или чисто прогнозные модели, такие как модель Barra Equity Risk. Зная временной ряд доходности акции, можно определить эмпирическую скорость роста доходов и рыночную цену кредитного риска. Однако оценка скорости роста стоимости фирмы является очень грубой: она зависит только от двух наблюдений доходности активов.

По временным рядам доходности активов нескольких фирм можно оценить корреляцию между ними. В качестве альтернативы можно использовать линейную факторную модель для нормально распределенной доходности активов, исходя из того, что акции фирмы зависят от общих экономических факторов. Этот подход напоминает идеи, изложенные выше.

## Можно ли предсказать будущее

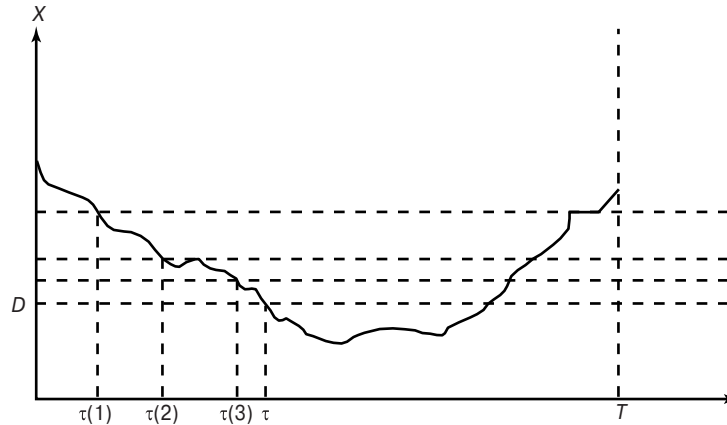
В некотором смысле пользователи структурных моделей неявно предполагают, что они могут предсказывать будущее. В рамках структурных моделей стоимость фирмы считается единственным источником неопределенности, порождающим кредитный риск. Инвесторы наблюдают за приближением к дефолту во времени. Если стоимость фирмы не изменяется скачкообразно, то дефолт не станет полным сюрпризом. Существуют так называемые “предвестники дефолта” (predefault events), которые являются признаком надвигающихся неприятностей. В рамках барьерных моделей в качестве предвестника дефолта можно рассматривать приближение временного ряда стоимости активов к барьерному уровню (ил. 33.8).

Этот факт имеет значительные последствия для подгонки структурных моделей под рыночные цены. Во-первых, поскольку дефолт является прогнозируемым событием, теоретическая стоимость ценных бумаг, подверженных кредитному риску, непрерывно сходится к стоимости возмещения. Во-вторых, когда срок погашения стремится к нулю, теоретический кредитный спрэд также сходится к нулю.<sup>7</sup>

<sup>6</sup>Jones E., Mason S., and Rosenfeld E. Contingent claims analysis of corporate capital structures: an empirical investigation // Journal of Finance. — 1984. — V. 39. — P. 611–627.

<sup>7</sup>Giesecke K. Default and Information. — Working paper. — Cornell University, 2001.

**Иллюстрация 33.8.** Прогнозирование дефолта на основе последовательности “предвестников дефолта” в рамках барьерной модели



Это совпадает с поведением кредитных спрэдов, подразумеваемых в классической и барьерной моделях (см. ил. 33.3 и 33.5). Эти свойства противоречат интуиции и рыночным реалиям. При дефолте рыночные цены совершают непредвиденные скачки. Даже при очень коротких сроках погашения, измеряемых неделями, рыночные кредитные спрэды остаются положительными. Это означает, что на рынке существует значительная краткосрочная неопределенность, связанная с дефолтами, в отличие от вполне предсказуемых структурных моделей.

## Редуцированные кредитные модели

Редуцированные кредитные модели были разработаны в 1990-х годах.<sup>8</sup> В ходе дальнейшего изложения будем считать, что дефолт наступает внезапно. Это значит, что инвесторы сталкиваются с краткосрочным кредитным риском, который отсутствует в структурных моделях, рассмотренных ранее. Это свойство является привлекательным, поскольку оно позволяет согласовать модель с рыночными кредитными спредами.

## Интенсивность дефолтов

Частота, с которой происходят дефолты, называется *интенсивностью дефолтов* (default intensity) и обозначается буквой  $\lambda$ . Интенсивность дефолтов в мо-

<sup>8</sup> Artzner P. and Delbaen F. Default risk insurance and incomplete markets // *Mathematical Finance*. — 1995. — V. 5. — P. 187–195; Jarrow R.A. and Turnbull S.M. Pricing derivatives on financial securities subject to credit risk // *Journal of Finance*. — 1995. — V. 50. — P. 53–86; Duffie D. and Singleton K.J. Modeling term structures of defaultable bonds // *Review of Financial Studies*. — 1999. — V. 12. — P. 687–720.

мент  $t$  можно интерпретировать как условную вероятность того, что дефолт произойдет немедленно, если фирма избежала дефолта в предыдущий период. Таким образом, это понятие описывает краткосрочный кредитный риск, которому подвергаются инвесторы.

Интенсивность дефолтов является главным фактором во всех редуцированных моделях. Она моделируется с помощью неотрицательного стохастического процесса и зависит от вероятности дефолта, подразумеваемой рынком. Эволюция интенсивности со временем отражает изменения, происходящие с вероятностью немедленного дефолта компании. Модель интенсивности калибруется на основе рыночной стоимости ценных бумаг, эмитированных компанией и чувствительных к кредитному риску. Между интенсивностью и вероятностью дефолта существует взаимно однозначное соответствие.

Рассмотрим два простых определения интенсивности и соответствующей вероятности дефолта.

- *Пример 1.* Предположим, что параметр  $\lambda$  является постоянным. Тогда дефолт представляет собой пуассоновское событие, а момент дефолта равен экспоненте в степени  $\lambda$ . Таким образом, вероятность дефолта равна  $q(T) = 1 - \exp(-\lambda T)$ .
- *Пример 2.* Предположим, что величина  $\lambda = \lambda(t)$  задается детерминированной функцией, зависящей от времени. Простым, но полезным способом параметризации задачи является предположение о том, что функция  $\lambda(t)$  является ступенчатой и определенной на конечном количестве периодов кривой спреда. Эти константы для каждого периода можно калибровать с помощью рыночных данных.

Эти примеры дают слабое представление о возможных способах параметризации интенсивности дефолта. Существует намного больше методов параметризации, часть которых заимствована из классических моделей временной структуры, основанных на краткосрочных процентных ставках. Это объясняется схожестью между временными структурами дефолтов и классическими бездефолтными моделями временной структуры, к которым мы вскоре вернемся.

## Оценка

Описание динамики дефолтов с помощью интенсивности дефолтов  $\lambda$ , подразумеваемой рынком, приводит к удобным формулам. Ниже описываются несколько таких формул, соответствующих разным факторам, влияющим на возмещение убытков инвесторов в случае дефолта.

Рассмотрим облигацию с нулевым купоном, по которой в момент погашения  $T$  выплачивается одна денежная единица, если дефолт не произошел, и доля  $R$  эквивалентной, но не подверженной дефолту облигации (с номинальной стоимостью 1 и сроком погашения  $T$ ,  $0 < R < 1$ ), если дефолт произошел до мо-

мента  $T$ . Это определение степени возмещения часто называется *эквивалентным возмещением* (equivalent recovery). Пусть  $q(T)$  — вероятность дефолта, подразумеваемая рынком, а  $R$  — константа. Тогда текущую стоимость облигации можно записать как  $\exp(-rT) - \exp(-rT)(1 - R)q(T)$ . Здесь  $r$  — постоянная безрисковая процентная ставка. Таким образом, стоимость облигации равна стоимости эквивалентной облигации с безрисковой ставкой минус текущая стоимость убытков в случае дефолта  $1 - R$ . Если интенсивность является постоянной (пример 1), а степень возмещения равна нулю, мы получаем текущую стоимость облигации  $\exp(-(r + \lambda)T)$ . Это значит, что стоимость облигации, подвергающейся риску дефолта, вычисляется так, будто эта облигация является безрисковой, но ее дисконтная ставка скорректирована с учетом дефолта. Новая ставка дисконта равна сумме безрисковой процентной ставки и интенсивности  $\lambda$ . Эта параллель между формулами оценки облигаций, подвергающихся риску дефолта, и эквивалентными бездефолтными облигациями является одним из наиболее привлекательных свойств редуцированных моделей.

Альтернативная модель возмещения называется моделью *частичного возмещения преддефолтной рыночной стоимости* (fractional recovery of predefault market value). В этой модели предполагается, что возмещение по облигации является частичным ( $0 < R < 1$ ) и покрывает долю рыночной стоимости облигации в момент, непосредственно предшествующий дефолту. Если степень возмещения и интенсивность являются постоянными (пример 1), то мы получаем следующую удобную формулу для вычисления стоимости облигации:  $\exp(-[r + \lambda(1 - R)]T)$ . Эта величина равна стоимости облигации, подверженной риску дефолта, с нулевым возмещением, когда интенсивность дефолтов уменьшена до уровня  $\lambda(1 - R)$ . Интуитивно понятное объяснение этой формулы сводится к следующему. Предположим, что дефолты по облигациям происходят с интенсивностью  $\lambda$ . В момент дефолта стоимость облигации с вероятностью  $1 - R$  падает до нуля или остается постоянной с вероятностью  $R$ . Очевидно, что стоимость облигации в момент, предшествующий дефолту, в таком случае не изменяется. Следовательно, при оценке облигации мы можем игнорировать “безопасный” дефолт, который происходит с интенсивностью  $\lambda(1 - R)$ . Таким образом, формула для вычисления стоимости облигации с частичным возмещением является следствием формулы для вычисления стоимости с эквивалентным возмещением.

Результаты оценки более сложных ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску, являются аналогичными. В общем случае стоимость ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску, можно определять так, будто эти ценные бумаги являются совершенно нечувствительными к кредитному риску, скорректировав ставку дисконта.

Рассмотрим подробнее кредитные спрэды, подразумеваемые редуцированными моделями. В простой ситуации, когда степень возмещения равна нулю и выполняются определенные формальные условия, можно показать, что краткосрочные



кредитные спрэды сходятся к величине  $\lambda$  и не равны нулю. Это контрастирует со структурными моделями, в которых спрэд сходится к нулю, когда срок погашения стремится к нулю. В редуцированных моделях дефолт является непредсказуемым: он наступает без предупреждения. По этой причине в редуцированных моделях всегда существует краткосрочная неопределенность относительно дефолта, за которую инвесторы требуют премию. Эта премия, выраженная через доходность, равна интенсивности дефолтов.

Непредсказуемость дефолтов имеет еще одно важное следствие. В соответствии с эмпирическими наблюдениями теоретическая стоимость ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску, внезапно падает до уровня возмещения. Это прямо противоречит структурным моделям, рассмотренным ранее, в которых цена сходится к некоторой величине и впоследствии остается неизменной, в то время как стоимость акции падает до нуля.

## Корреляция между дефолтами

В редуцированных моделях можно реализовать циклическую корреляцию между дефолтами, предположив, что интенсивности между дефолтами фирм коррелируют одна с другой. Аналогично структурным моделям коррелированных дефолтов, можно ввести систематические и специфические факторы, от которых зависит интенсивность дефолтов. Чувствительность фирмы к изменению систематических факторов влияет на корреляцию между интенсивностями дефолтов разных фирм. Эта корреляция означает зависимость между дефолтами фирм. Совместную вероятность дефолтов можно вычислить с учетом того, что интенсивность первого дефолта в портфеле ценных бумаг равна сумме интенсивностей дефолтов отдельных эмитентов, включенных в портфель.

Редуцированные модели позволяют успешно моделировать динамику кредитного риска, которому подвергаются несколько эмитентов. Однако калибровка модели на основе рыночных показателей является нетривиальной задачей, поскольку данные о дефолтах немногочисленны, а для моделирования необходимо знать большое количество параметров. Некоторые аналитики утверждают, что существуют и другие факторы, осложняющие решение этой задачи.

В редуцированных моделях сложно учесть инфекционную природу дефолтов. Идея заключается в том, что скачки интенсивностей дефолтов разных фирм коррелируют друг с другом и соответствуют коррелированным скачкам кредитных спрэдов. Один из вариантов этого подхода основан на предположении, что существуют события, влияющие на весь рынок и способные вызвать одновременные дефолты.<sup>9</sup> Другой вариант предполагает, что интенсивность дефолта фирмы

<sup>9</sup>*Duffie D. and Singleton K.J.* Simulating correlated defaults. — Working paper, GSB, Stanford University, 1998; *Giasecke K.* A simple exponential model for dependent defaults // *Journal of Fixed Income*. — 2003. — V. 13. — P. 74–83.

явно зависит от рыночного состояния контрагента.<sup>10</sup> Для того чтобы избежать проблем, связанных с цикличностью, можно предположить, что одна из фирм является “первичной” и только ее дефолт влияет на “вторичные” компании.

Джэрроу (Jarrow) и Ю (Yu)<sup>11</sup> предложили способ оценки стоимости ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску в “заразной” среде. Однако вычисление совместной вероятности дефолтов и распределения убытков по портфелю с помощью этого метода остается сложной задачей. Как показали Дэвис (Davis) и Ло (Lo)<sup>12</sup>, а также Гайзеке (Geiesecke) и Вебер (Weber)<sup>13</sup>, вводя более строгие ограничения, связанные с однородностью фирм и симметричностью их отношений, можно получить удобные формулы для вычисления распределения убытков.

## Калибровка

Редуцированные модели обычно формулируются непосредственно в терминах вероятности, подразумеваемой рынком. Это значит, что модель калибруется непосредственно по рыночным ценам разных ценных бумаг, чувствительных к кредитному риску. Часто в качестве этих цен используются цены ликвидных долговых обязательств или спреда свопов на кредитный дефолт, хотя Джэрроу считает, что для этой цели могут подойти и цены акций.<sup>14</sup> В зависимости от свойств ценной бумаги, используемой для калибровки, может возникнуть необходимость сделать некоторые предположения о параметрах процесса возмещения. Например, если возмещение является частичным, а облигация имеет нулевой купон, проблема решается выбором параметров скорректированной краткосрочной модели  $r + \lambda(1 - R)$ , которая лучше других аппроксимирует наблюдаемые рыночные цены.

Скорректированную краткосрочную ставку можно параметризовать непосредственно или отдельно задать стохастические процессы, описывающие поведение ее компонентов. В последнем случае могут возникнуть проблемы, связанные с идентификацией параметров, поскольку в формулу для вычисления цены облигации входит только произведение  $\lambda(1 - R)$ . В целом из-за аналогии, существующей между редуцированными моделями и моделями временной структуры

---

<sup>10</sup>Jarrow R.A. and Fan Yu. Counterparty risk and the pricing of defaultable securities // Journal of Finance. — 2001. — V. 56. — P. 555–576.

<sup>11</sup>Jarrow R.A. and Fan Yu. Counterparty risk and the pricing of defaultable securities // Journal of Finance. — 2001. — V. 56. — P. 555–576.

<sup>12</sup>Davis M. and Lo V. Infectious Defaults // Quantitative Finance. — 2001. — V. 1. — P. 383–387.

<sup>13</sup>Geiesecke K. and Weber S. Cyclical correlations, credit contagion, and portfolio losses // Journal of Banking and Finance. — 2004. — V. 28. — P. 3009–3036.

<sup>14</sup>Jarrow R.A. Default parameter estimation using market prices // Financial Analysts Journal. — 2001. — V. 5. — P. 1–18.

облигаций, не подверженных риску дефолта, эту оценку можно вывести из наблюдаемых данных.<sup>15</sup>

## Кредитные модели с неполной информацией

При измерении риска дефолта ни структурные, ни редуцированные модели не учитывают явно тот факт, что инвесторы полагаются на неполную информацию. Методы, описанные в данном разделе, позволяют непосредственно решить эту проблему на основе общей точки зрения на редуцированные и структурные модели. Этот взгляд приводит к до недавнего времени непризнанным гибридным моделям, воплощающим в себе лучшие свойства обоих традиционных методов, и позволяет компенсировать их недостатки.

Кредитные модели с неполной информацией были предложены несколькими исследователями.<sup>16</sup> В частности, Гайзеке (Geisecke) и Голдберг (Goldberg)<sup>17</sup> описали гибридную структурную редуцированную модель дефолта, основанную на неполной информации. Эта модель, в последующем обозначенная как  $I^2$ , представляет собой барьерную временную модель: она предполагает, что фирма объявляет дефолт, когда ее стоимость падает ниже установленного барьера. Все барьерные временные модели требуют описания как стоимости фирмы, так и дефолтного барьера. Модель  $I^2$  отличается от традиционных барьерных временных моделей, описанных выше, тем, что инвесторы не знают уровня дефолтного барьера. Важность моделирования неопределенности относительно дефолтного барьера стала еще более важной после скандалов с такими фирмами, как *Enron*, *Tyco* и *WorldCom*. В этих случаях открытая информация привела к неверным оценкам дефолтного барьера.

Как дефолтный барьер, так и неопределенность относительно его уровня в модели  $I^2$  можно калибровать на основе доступной информации. Представьте себе, что инвесторы уверены в благополучии некоей фирмы, а некоторые аналитики думают иначе. В таком случае аналитик может уточнить свой прогноз, подняв ожидаемый уровень барьера. Он может также уточнить дисперсию этой величины на основе известных объемов долговых обязательств компании.

<sup>15</sup>Обзор существующих методов изложен в работе *Qiang Dai and Singleton K. Term structure dynamics in theory and reality // Review of Financial Studies. — 2003. — V. 16. — P. 631–678*. В качестве стандартных методов используются методы максимального правдоподобия и наименьших квадратов.

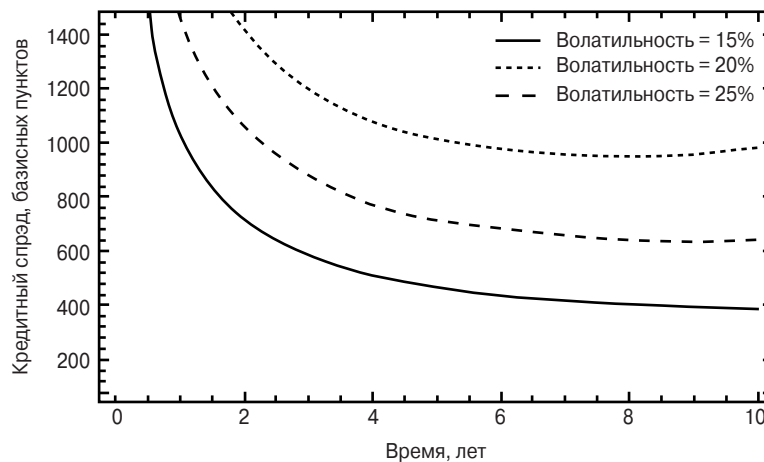
<sup>16</sup>*Duffie D. and Lando D. Term structures of credit spreads with incomplete accounting information. — Econometrica. — 2001. — V. 69. — P. 633–664; Geisecke K. Default and information; Setin U., Jarrow R.A., Protter P., and Yildirim Y. Modeling credit risk with partial information. — Working paper. — Cornell University, 2002*. Неформальное описание моделей с неполной информацией содержится в работе *Goldberg L.R. Investing in credit: how good is your information? // Risk. — 2004. — V. 17. — P. S15–S18*.

<sup>17</sup>*Geisecke K. and Goldberg L. Forecasting default in the face of uncertainty // Journal of Derivatives. — 2004. — V. 12. — P. 14–15*.

Возможны и другие модели с неполной информацией. Представьте себе ситуацию, в которой мы не можем непосредственно наблюдать стоимость фирмы или эта информация искажена либо поступает с опозданием. Другая ситуация, в которой возникает неопределенность, — неизвестны ни стоимость фирмы, ни уровень дефолтного барьера.

В моделях с неполной информацией дефолт наступает внезапно. Его никак нельзя предсказать, как это бывает в традиционных барьерных моделях. Это значит, что инвесторы подвергаются краткосрочному кредитному риску, как и в рамках редуцированных моделей. При наличии краткосрочной неопределенности теоретические цены, порождаемые моделями с неполной информацией, очень хорошо согласованы с рыночными ценами (в частности, ценовые модели, допускающие скачки цен в момент объявления дефолта). Кроме того, теоретические спреды хорошо согласуются с ненулевыми краткосрочными спредами, наблюдаемыми на кредитных рынках. На ил. 33.9 показана временная структура кредитных спредов при разных уровнях волатильности активов в модели  $I^2$  при условии, что безрисковая процентная ставка равна 6%. Строго положительные короткие спреды отражают компенсацию краткосрочного кредитного риска, которому подвергаются инвесторы.

**Иллюстрация 33.9.** Временная структура кредитных спредов при разных уровнях волатильности активов в модели  $I^2$



Гайзеке и Голдберг провели калибровку модели  $I^2$  на основе рыночных данных и проанализировали ее эмпирические свойства. В частности, результаты применения модели  $I^2$  сравнивались с результатами применения барьерной модели. В итоге исследователи пришли к двум важным выводам. Во-первых, модель  $I^2$  быстрее реагирует на изменение рыночной ситуации, поскольку она непосредственно учитывает открытую информацию о прошлых показателях фирмы, а не

только ее текущие параметры. Во-вторых, модель  $I^2$  предсказывает положительные короткие спреды для фирм, переживающих финансовые трудности. Традиционные барьерные модели всегда предсказывают, что краткосрочные спреды равны нулю.

## Взаимозависимые дефолты

Поскольку модели с неполной информацией основаны на структурном подходе, они позволяют моделировать циклическую корреляцию между дефолтами с помощью корреляции между уровнями стоимости разных фирм.

Корреляция между дефолтами в моделях с неполной информацией возникает по вполне естественным причинам. Рассмотрим модель  $I^2$ . Если со временем фирмы объявляют дефолты, мы постепенно уточняем ненаблюдаемые уровни дефолтных барьеров для выживших фирм.<sup>18</sup> Это значит, что мы корректируем распределение уровней дефолтных барьеров на основе информации о неожиданных дефолтах контрагентов и уточненных вероятностей дефолта. Ситуация, в которой мы не можем непосредственно измерить стоимость фирмы, аналогична.<sup>19</sup> В обоих сценариях “заразные” скачки кредитных спредов, наблюдаемые на кредитном рынке, являются следствием информационной асимметрии.

## Кредитная премия

Премия за кредитный риск устанавливает соответствие между фактической вероятностью и вероятностью, подразумеваемой рынком. Для того чтобы понять структуру этой премии, проанализируем динамику стоимости фирмы и корпоративных долговых обязательств в рамках модели  $I^2$ . Как указывалось ранее, из-за непредсказуемости дефолта стоимость претензий на акции фирмы и ее долговые обязательства перед наступлением дефолта резко падает. Эмпирические наблюдения свидетельствуют о том, что цены акций падают практически до нуля. Это вполне объяснимо, поскольку акционеры теряют контроль над фирмой после дефолта. Стоимость облигаций уменьшается на величину убытков, связанных с банкротством, которые выражаются величиной частичного возмещения  $R$ .

Таким образом, стоимость фирмы, равная стоимости акций и долговых обязательств, в момент дефолта также падает. Это явление продемонстрировано на ил. 33.10. Итак, существует два источника неопределенности относительно стоимости фирмы.

---

<sup>18</sup>*Geisecke K. Correlated default with incomplete information // Journal of Banking and Finance. — 2004. — V. 28. — P. 1521–1545.*

<sup>19</sup>Эта задача решена в работе *Collin-Dufresne P., Goldstein R., and Hekwege J. Are jumps in corporate bond yields priced: modeling contagion via updating of beliefs. — Working paper. — Carnegie Mellon University, 2002.*

**Иллюстрация 33.10.** Стоимость фирмы в рамках модели с неполной информацией



- Диффузная неопределенность
- Неопределенность, связанная со скачкообразным снижением стоимости фирмы в момент дефолта

Гайзеке и Голдберг показали, что в модели  $I^2$  премия за кредитный риск состоит из двух компонентов, каждый из которых связан с одним из источников неопределенности.<sup>20</sup>

- Премия за диффузный риск  $\alpha$  компенсирует инвесторам диффузную неопределенность относительно стоимости фирмы. Как и в традиционных структурных моделях, она реализуется с помощью изменения величины дрейфа в динамике стоимости фирмы.
- Премия за риск дефолта  $\beta$  в традиционных структурных моделях не учитывается. Она компенсирует инвесторам неопределенность, связанную со скачками стоимости фирмы, и реализуется в виде изменения вероятности дефолта. Дриссен (Driessen)<sup>21</sup> эмпирически подтвердил, что премия за риск дефолта является значительным фактором, влияющим на доходность корпоративных облигаций.

Гайзеке и Голдберг продемонстрировали, что математические зависимости между величинами  $\alpha$  и  $\beta$ , степень возмещения, подразумеваемая рынком, и коэффициенты стохастического процесса, описывающего поведение стоимости ликвидных ценных бумаг, учитывают предположение об отсутствии арбитражных

<sup>20</sup> Geisecke K. and Goldberg L. The market price of credit risk. — Working paper. — Cornell University, 2003.

<sup>21</sup> Driessen J. Is default event risk priced in corporate bonds. — Working paper. — University of Amsterdam, 2002.

возможностей. Процессы, описывающие поведение стоимости ценных бумаг, явно зависят от уровня лeverеджа, а также от премий  $\alpha$  и  $\beta$ . Как считают авторы<sup>22</sup>, это нарушает важное условие теоремы Модильяни–Миллера (Modigliani and Miller theorem)<sup>23</sup>. Следовательно, модель  $I^2$  не согласуется с этой теоремой. Это открывает новый путь для измерения отклонения реальных рынков от их идеализированных моделей, в которых выполняется теорема Модильяни–Миллера.

Структура премии за риск в моделях с неполной информацией аналогична премии за риск в редуцированных моделях, рассмотренных Эль-Каруи (El Karoui) и Мартеллини (Martellini)<sup>24</sup> и Джэрроу (Jarrow), Ландо (Lando) и Ю (Yu)<sup>25</sup>. Премия за диффузный риск, связанная со стохастическим процессом, описывающим поведение стоимости фирмы, соответствует премии за диффузный риск в процессе, описывающем интенсивность дефолтов. Премия за риск дефолта в этих моделях аналогична премии за риск дефолтов в моделях, основанных на интенсивности. Однако в моделях с неполной информацией эти премии определяются в контексте редуцированных моделей, в которых интенсивность учитывается не всегда.

## Калибровка

В научной литературе идут оживленные дебаты, касающиеся данных, которые следует использовать для калибровки кредитных моделей. Джэрроу<sup>26</sup> указывает на различия между структурными и редуцированными моделями. Традиционно структурные модели согласованы с фондовым рынком, а редуцированные модели — с рынком облигаций. Джэрроу считает, что для калибровки кредитных моделей можно использовать данные об акциях и облигациях, и приводит рецепт их применения в редуцированных моделях.

Гайзеке и Гольдберг<sup>27</sup> провели аналогичные рассуждения при калибровке модели  $I^2$ . Их процедура оценки основана на исторических данных об уровнях дефолтов и данных о состоянии рынков акций, облигаций и свопов кредитных

---

<sup>22</sup>Geisecke K. and Goldberg L. In search of a Modigliani–Miller economy // Journal of Investment Management. — 2004. — V. 2. — P. 1–6.

<sup>23</sup>Modigliani F. and Miller M.H. The cost of capital, corporation finance and the theory of investment // American Economic Review. — 1958. — V. 48. — P. 261–297.

<sup>24</sup>El Karoui N. and Martellini L. A theoretical inspection of the market price for default risk. — Working paper. — Marshall School of Business, University of Southern California, 2001.

<sup>25</sup>Jarrow R.A., Lando D. and Fan Yu. Default risk and diversification: theory and application. — Working paper. — Cornell University, 2003.

<sup>26</sup>Jarrow R.A. Default parameter estimation using market prices // Financial Analysts Journal. — 2001. — V. 5. — P. 1–18.

<sup>27</sup>Geisecke K. and Goldberg L. Calibrating credit with incomplete information. — Working paper. — Cornell University, 2004.

дефолтов. Дж. Хуанг (Huang) и М. Хуанг<sup>28</sup> привели эмпирические свидетельства о том, что структурные модели после калибровки по данным обоих видов приводят к правдоподобным результатам. Следует отметить, что реальные и подразумеваемые вероятности аппроксимируются одновременно. Результатами калибровки являются премия за риск, подразумеваемая степень возмещения, теоретическая стоимость ценных бумаг и фактические вероятности дефолта.

Одна из проблем, поднятых Гайзеке и Голдберг<sup>29</sup>, связана с зависимостью между теоретическими и фактическими структурами капитала. В классических моделях акция рассматривается как европейский опцион с ценой исполнения и сроком действия, равными номинальной стоимости и сроку погашения облигации с нулевым купоном. Эта модель согласуется с рыночными данными только в том случае, когда долговое обязательство фирмы можно интерпретировать как облигацию с нулевым купоном. Гайзеке и Голдберг использовали гибкость, предоставленную моделями с неполной информацией, для того, чтобы получить более реальные оценки акций. В частности, они интерпретировали акцию как опцион выхода “колл” со случайной ценой исполнения. Это подход позволяет обойти неразрешимую задачу описания сложной структуры капитала в терминах номинальной стоимости и срока погашения отдельной ценной бумаги.

---

<sup>28</sup>*Huang J. and Huang M.* How much of the corporate–treasury yield spread is due to credit risk? — Working paper. — Stanford University, 2003.

<sup>29</sup>*Geisecke K. and Goldberg L.* Calibrating credit with incomplete information. — Working paper. — Cornell University, 2004.