

Элементарная теория вероятностей

Определения

К первоначальным понятиям в теории вероятностей, которые нельзя определить через другие, а лишь разъяснить, относятся понятия *опыта* и *события*.

Опыт (испытание, эксперимент) — физический процесс, в ходе которого осуществляются (или не осуществляются) события.

Событие (случайное событие, исход) — всякий факт, который в ходе эксперимента может произойти или не произойти.

Вероятностью события P называется отношение числа исходов опыта, благоприятных этому событию (N), к числу возможных исходов (M):

$$P = N/M \quad (1.1)$$

Задача №1

Мы подбрасываем обычную монету. Вопрос: какова вероятность того, что выпадет орел?

У нас всего два возможных события — монета упадет либо орлом, либо решкой.

Итак, $M = 2$.

Благоприятными являются те события, когда монета упадет орлом. Такой вариант всего один.

Итак, $N = 1$.

Таким образом, $P = 1/2$.

Условимся еще об одном. В дальнейшем количество всех возможных исходов опыта мы будем называть *полной группой событий* (ПГС). Иными словами,

$$M = \text{ПГС}. \quad (1.2)$$



22 Глава 1 ♠ Элементарная теория вероятностей

Задача №2

Мы подбрасываем две монеты одновременно. Какова вероятность, что выпадут два орла?

Рассмотрим полную группу событий.

- ♦ Вариант 1: первая монета упала орлом (о), вторая — решкой (р);
- ♦ Вариант 2: обе монеты упали орлом;
- ♦ Вариант 3: первая монета упала решкой, вторая — орлом;
- ♦ Вариант 4: обе монеты упали решкой.

Мы перечислили все возможные исходы опыта. Таким образом, взятые вместе они составляют полную группу событий.

- 1) о р
- 2) о о
- 3) р о
- 4) р р

Иначе говоря, $M = ПГС = 4$.

Нас интересуют те исходы опыта, когда обе монеты упали орлом. Такой случай всего один.

Стало быть, $N = 1$.

Итак, вероятность выпадения двух орлов: $P = 1/4$.

Задача №3

Подбрасываем три монеты одновременно. Какова вероятность того, что одна монета упадет орлом, а две другие — решкой?

Опишем полную группу событий.

- 1) о о о
- 2) о о р
- 3) о р о
- 4) о р р
- 5) р о о
- 6) р о р
- 7) р р о
- 8) р р р

Итак, мы получили всего восемь исходов опыта.

Иначе говоря, $ПГС = 8$.





Глава 1 ♠ Элементарная теория вероятностей 23

Нас интересуют такие исходы, когда одна монета упадет орлом, а две другие — решкой. Их всего три — четвертый, шестой и седьмой варианты.

Значит, $N = 3$.

Итак, наша вероятность $P = 3/8$.

Теперь рассмотрим другой объект для опытов — игральную кость (обычный кубик, с цифрами на гранях от 1 до 6).

Задача №4

Мы подбрасываем игральный кубик. Какова вероятность того, что кубик упадет так, что на верхней грани будет цифра 4?

Решаем задачу по уже знакомой нам методике.

Очевидно, что на верхней грани может быть любая цифра от 1 до 6, т.е. исходов опыта всего 6.

$$ПГС = 6.$$

Одним из этих исходов будет выпадение четверки.

$$N = 1.$$

Итак, вероятность $P = 1/6$.

Задача №5

Мы подбрасываем два кубика одновременно. Какова вероятность того, что сумма цифр на верхних гранях кубиков будет равна 8?

Представим все возможные исходы опыта в виде следующей таблицы.

11	21	31	41	51	61
12	22	32	42	52	62
13	23	33	43	53	63
14	24	34	44	54	64
15	25	35	45	55	65
16	26	36	46	56	66

Получено 36 исходов опыта.

$$ПГС = 36.$$

Из них нас интересуют только те, в которых сумма цифр равна 8. Из таблицы мы видим, что таких вариантов всего 5:

$$2 + 6$$

$$3 + 5$$

$$4 + 4$$

$$5 + 3$$

$$6 + 2$$

Итак, $N = 5$.

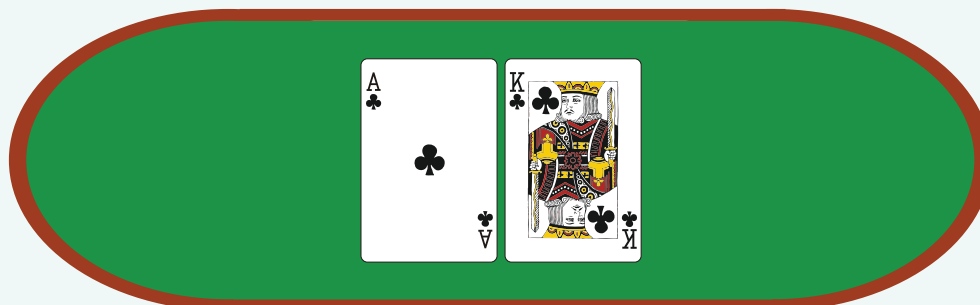
Искомая вероятность: $P = 5/36$.

Перейдем к картам.

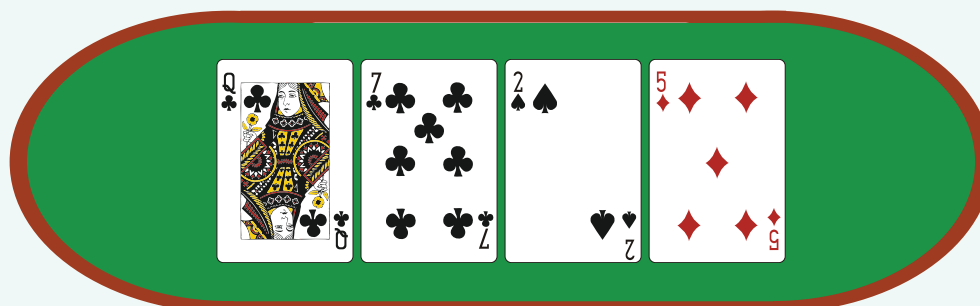


Задача №6

Наши карты:



На столе открыты:



Какова вероятность того, что мы купим флеш (пять карт одной масти) при выходе пятой карты?

Задача решается тем же методом, т.е. простым перебором всех вариантов. В колоде всего 52 карты, но шесть из них уже открыты — две у нас и четыре на столе. Значит, пятой может открыться любая из оставшихся 46 карт. У нас имеется всего 46 вариантов. Это полная группа событий:

$$ПГС = 46.$$

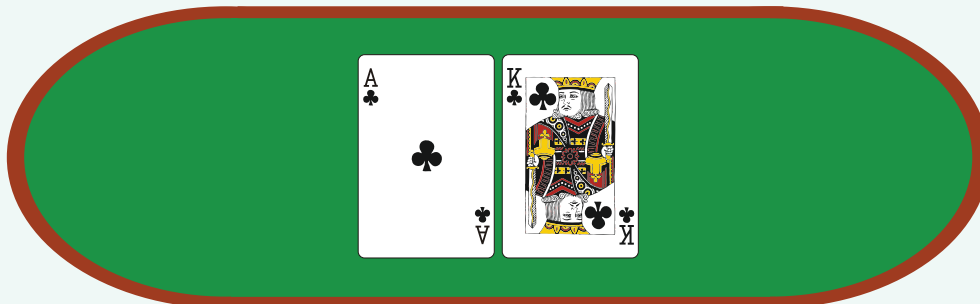
Нас устраивают только карты трефовой масти, так как только они дают нам флеш. Таких карт осталось всего девять (в любой масти всего 13 карт, но четыре трефы уже открыты, значит, в колоде осталось девять треф).

$$N = 9.$$

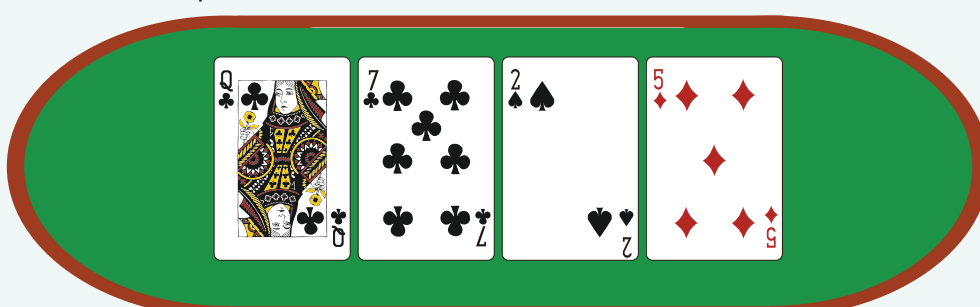
Вероятность покупки флеша на пятой карте: $P = 9/46$.

Задача №7

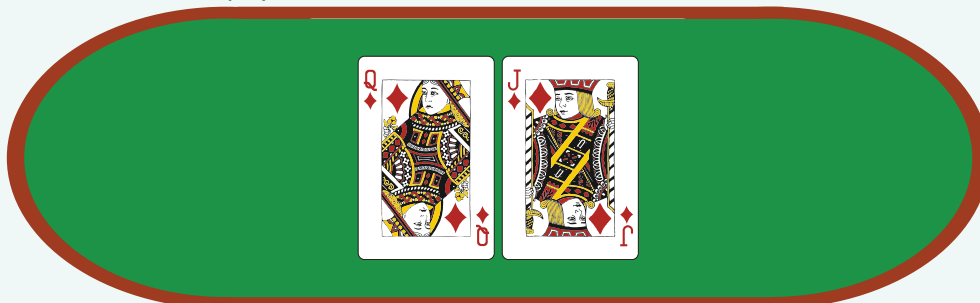
Наши карты:



На столе открыты:



Мы знаем, что у противника



Какова вероятность того, что по выходу пятой карты наша комбинация будет старше?

Очевидно, что если мы купим флеш, то выиграем. Кроме того, любые туз или король также дают нам победу. Нам подходят девять карт трефовой масти и шесть оставшихся в колоде тузов и королей. Всего 15 карт:

$$N = 15.$$

А сколько же всего существует вариантов? В колоде всего 52 карты, но восемь из них нам известны (две наши, две противника и четыре на столе). В колоде осталось 44 карты:

$$ПГС = 44.$$



26 Глава 1 ♠ Элементарная теория вероятностей

Таким образом, $P = 15/44$.

Подведем некоторые итоги. Все задачи мы решали одним методом. Мы выписывали все возможные исходы опыта и выбирали из них те, которые нас интересовали. Так можно решить практически все задачи подобного рода. Но если исходов опыта становится слишком много, то и решение может стать очень трудоемким.

Например, если бы в предыдущей задаче на столе были открыты только три карты и, следовательно, мы ожидали бы еще двух, то общее число исходов опыта было бы очень большим. У нас было бы 44 варианта прихода карты на терн (четвертая общая открытая карта) и следом еще 43 варианта прихода карты на ривер (пятая общая открытая карта). Мы получили бы всего $44 \times 43 = 1892$ исхода опыта. Почти две тысячи вариантов потребовали бы от нас долгой и утомительной работы. Подобные ситуации с огромным количеством вариантов встречаются в покере постоянно. Следовательно, нам необходим другой метод решения подобных задач. Он существует. Для его освоения введем несколько новых понятий.

Независимые события. Логическое умножение

События A и B называются *независимыми*, если появление одного из них никак не влияет на вероятность другого.

Теорема умножения для независимых событий имеет такой вид:

$$P(AB) = P(A) \times P(B). \quad (1.3)$$

Иначе говоря, **вероятность произведения независимых событий равна произведению их вероятностей.**

С логической точки зрения, вероятность произведения независимых событий определяет вероятность сложного события, заключающегося в совместном благоприятном исходе и события A , и события B . Поэтому формула (1.3) называется *принципом логического умножения*.

Принцип логического умножения позволяет решать множество задач, в которых речь идет о двух и нескольких событиях, так как легко обобщается на произвольное количество событий.

Например, если мы имеем еще и третье событие C , то формула будет выглядеть следующим образом:

$$P(A, \text{ и } B, \text{ и } C) = P(A) \times P(B) \times P(C).$$

Это вероятность того, что обязательно произойдут совместно три события: A , B и C .

Вспомним задачу №2. Мы бросаем две монеты одновременно. Какова вероятность того, что выпадут два орла? Мы решали эту задачу простым перебором всех вариантов. Теперь применим принцип логического умножения.





Глава 1 ♠ Элементарная теория вероятностей 27

Фактически мы имеем дело с двумя событиями — выпадением орла на первой монете и выпадением орла на второй монете. Нам необходимо, чтобы обязательно случились оба события. Найдем вероятности каждого из двух событий, а так как они независимы, то для получения ответа достаточно эти вероятности перемножить.

Вероятность того, что первая монета упадет орлом, как мы уже выяснили, равна $1/2$. Это же верно и для второй монеты.

Вероятность выпадения орлов сразу на двух монетах:

$$P(1 \text{ и } 2) = 1/2 \times 1/2 = 1/4.$$

Мы получили тот же результат, но другим методом.

Задача №8

Мы бросаем два игральных кубика. Какова вероятность того, что на первом кубике выпадет двойка, а на втором — пятерка?

Снова у нас два события — выпадение двойки на первом кубике и пятерки на втором. Вероятность выпадения двойки на первом кубике $P = 1/6$. Соответственно вероятность выпадения пятерки на втором кубике $P = 1/6$.

Вероятность того, что произойдут оба этих события:

$$P = 1/6 \times 1/6 = 1/36.$$

Задача №9

Мы бросаем три монеты. Какова вероятность, что выпадут три орла?

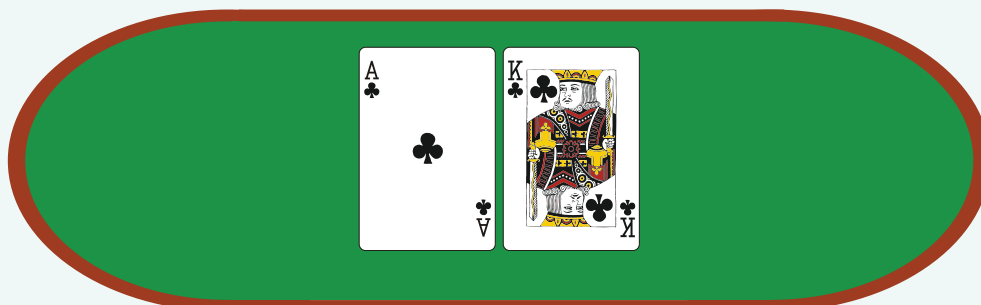
Все аналогично, только здесь мы имеем дело с тремя событиями. Вероятность каждого из них $P = 1/2$. Перемножаем все три вероятности между собой и получаем ответ:

$$P = 1/2 \times 1/2 \times 1/2 = 1/8.$$

Теперь решим задачу, более близкую нам по теме.

Задача №10

У нас:



На флопе:



Какова вероятность того, что следующими двумя картами мы купим флеш?

Для покупки флеша нам необходимо, чтобы пришла трефа на терне **и** на ривере. Ключевое слово здесь — “и”. Оно свидетельствует о логическом умножении. Два необходимых события суть приход трефы на терне и на ривере. Проблема состоит в следующем: при внимательном рассмотрении видно, что эти два события не будут независимыми. Приход или не приход трефы на терн влияет на вероятность последующего прихода трефы на ривер, а значит, формальное применение формулы (1.3) приведет к ошибке.

На самом деле мы можем выделить два независимых события, и они таковы: первое — приход трефы на терн, второе — приход трефы на ривер при условии, что выполнилось первое событие. Второе событие включает в себе дополнительное условие, поэтому вероятность подобных событий в математике называется условной вероятностью. Введя условную вероятность, мы свели события к независимым, после чего имеем право найти вероятность каждого из них и получить ответ на поставленный в задаче вопрос простым перемножением.

В этом случае формула логического умножения выглядит следующим образом:

$$P(AB) = P(A) \times P(B/A).$$

Здесь $P(B/A)$ — это условная вероятность, т.е. вероятность того, что событие B произойдет при условии, что событие A уже произошло.

Итак, в колоде 52 карты, мы видим пять из них, значит осталось еще 47. Нас устраивают только карты трефовой масти, а таких осталось ровно 10 (всего их 13, но две у нас, а одна на флопе).

Следовательно, вероятность купить трефу на терне $P = 10/47$.

После того как мы купим трефу на терне, нам необходима трефа еще и на ривере. Теперь в колоде осталось только девять треф (еще одна уже на терне). А общее количество оставшихся карт в колоде 46 (одна карта легла на терн).

Таким образом, вероятность трефы на ривере $P = 9/46$.

Перемножаем:

$$P = 10/47 \times 9/46 = 45/1081 \approx 1/24.$$



Другими словами, примерно один раз из 24 в этой ситуации мы будем покупать флеш.

Многих интересует, насколько часто нам будут приходить два туза. Ответим на этот вопрос.

Задача №11

Какова вероятность того, что нам придут два туза?

Нам необходимо, чтобы произошли сразу два события — туз пришел первой картой, и туз пришел второй картой. Подсчитаем вероятность каждого из этих событий.

В колоде всего 52 карты, из них четыре туза. Значит, вероятность прихода туза первой картой такова:

$$P = 4/52 = 1/13.$$

После того как вышел туз, в колоде осталась 51 карта, и из них три туза. Вероятность второго туза:

$$P = 3/51 = 1/17.$$

Поскольку нам необходимо, чтобы случились оба эти события, то перемножаем вероятности:

$$P(AA) = 1/13 \times 1/17 = 1/221.$$

Итак, два туза придут в среднем один раз за 221 раздачу.

Задача №12

Какова вероятность того, что нам придут туз с королем?

Снова нам необходимо, чтобы произошли два события — мы должны первой картой купить нужную, и вторая карта тоже должна оказаться нужной.

В колоде всего 52 карты, в качестве первой из них нам подходят восемь (четыре туза или четыре короля). Теперь вероятность купить первой картой нужную составляет $P = 8/52$.

Теперь в колоде осталось 51 карта, из них нам подходят четыре (если первой картой мы купили туза, то теперь нам подходят четыре короля, если же мы купили первой картой короля, то теперь нам подходят четыре туза). Значит, вероятность купить нужную вторую карту: $P = 4/51$.

Перемножаем:

$$P(AK) = 8/52 \times 4/51 = 8/663 \approx 1/83.$$

Итак, туз с королем нам будут приходить в среднем один раз за 83 раздачи. Заметим, что туз с королем приходят чаще, чем два туза.



Логическое сложение. Противоположные события

Следующим важным понятием для нас будет *логическое сложение*, так называемое логическое “или”. Слово “или” является ключевым, и если мы встретим его в условии задачи, то речь, скорее всего, пойдет о логическом сложении.

Вероятность $P(A+B)$ суммы событий A и B равна:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(AB). \quad (1.4)$$

Как и при логическом умножении, формулу (1.4) можно распространить на случай суммы любого числа событий. Например, вероятность суммы трех событий A , B и C :

$$P(A+B+C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(AB) - P(AC) - P(BC) + P(ABC).$$

Если события A и B независимы, то формула (1.4) имеет следующий вид:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B). \quad (1.4.1)$$

Если же события A и B зависимы, то формула выглядит таким образом:

$$P(A+B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B/A). \quad (1.4.2)$$

Здесь $P(B/A)$ — это условная вероятность, т.е. вероятность того, что событие B произойдет при условии, что событие A уже произошло.

Самое важное в этих формулах то, что, оказывается, недостаточно сложить вероятности наступления отдельных событий, поскольку во всех этих случаях присутствуют дополнительные слагаемые. Как правило, в формуле (1.4) дополнительное слагаемое $P(AB)$ намного меньше предыдущих и не сильно влияет на общий результат. Тем не менее, необходимо принимать его во внимание, если мы хотим получить точный ответ.

Обычно в реальной игре, если нам нужно быстро оценить вероятность, мы просто складываем первые два слагаемых $P(A) + P(B)$ и получаем приблизительный ответ. В большинстве случаев этого достаточно для принятия правильного решения. В условиях же домашнего анализа мы должны стремиться получить точный результат. Это необходимо и для лучшего понимания покера, и для оценки размера погрешности примерного вычисления. В дальнейшем мы рекомендуем заучить наизусть многие значения вероятностей, что избавит вас от подсчетов в большинстве стандартных ситуаций. В случае нестандартной ситуации мы быстро подсчитываем нужные нам цифры приблизительно.

Поэтому для успешной игры необходимо выполнение двух условий:

- 1) запоминание множества значений вероятностей для стандартных ситуаций;
- 2) умение быстро оценить значение вероятности в нестандартной ситуации, хотя бы приблизительно.

Задача №13

Мы бросаем две монеты. Какова вероятность выпадения хотя бы одного орла?

Опять мы имеем дело с двумя событиями. Вероятность того, что первая монета упадет орлом $P = 1/2$. Вероятность того, что вторая монета упадет орлом, также равна $1/2$.

Подставляем эти значения в формулу:

$$P = 1/2 + 1/2 - 1/2 \times 1/2 = 1 - 1/4 = 3/4.$$

Если мы выпишем все варианты (полную группу событий), то получим такой же ответ:

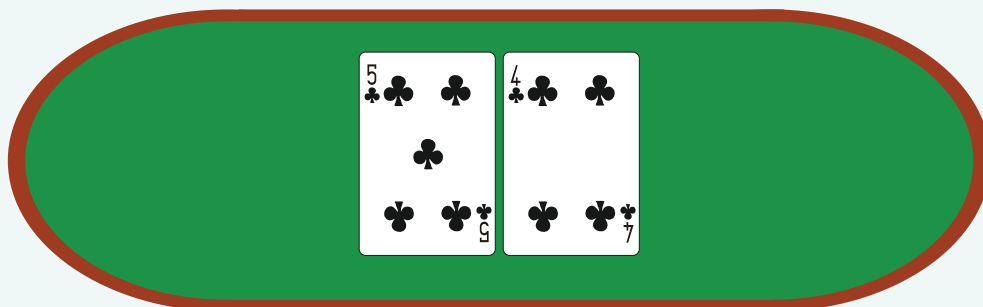
- 1) о р
- 2) о о
- 3) р о
- 4) р р

Всего у нас четыре варианта. Нас устраивают варианты 1, 2 и 3.

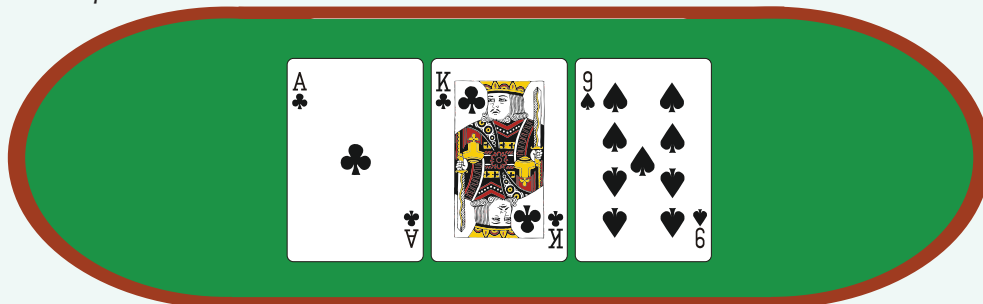
Иными словами, $P = 3/4$.

Задача №14

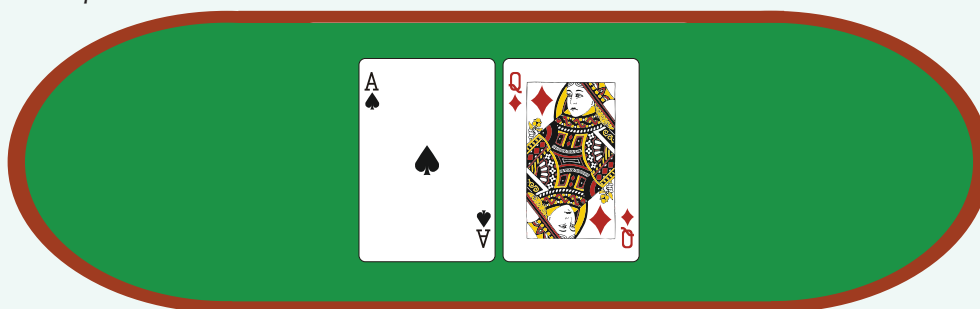
Наши карты:



На флопе:



У противника:



Какова вероятность того, что мы поймем флеш на терне или на ривере?

Ключевое слово — “или”, т.е. нам нужно применить логическое сложение.

Вероятность поймать флеш на терне равна $9/45$ (в колоде осталось девять треф из 45 карт). Вероятность поймать флеш на ривере такая же (так как мы не знаем, какая карта придет на терн, то мы никак ее не учитываем).

В данном случае события зависимы. Если на терн придет трефа, то вероятность купить трефу на ривере уменьшится. И наоборот, если на терн не придет трефа, то вероятность купить трефу на ривере увеличится.

Значит, мы должны воспользоваться формулой (1.4.2):

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B/A).$$

Здесь $P(B/A)$ — это вероятность того, что трефа придет на ривере при условии, что на терн трефа уже пришла. Подсчитаем ее. После прихода трефы на терн в колоде останется только восемь треф из оставшихся 44 карт. Поэтому:

$$P(B/A) = 8/44.$$

Таким образом, вероятность поймать флеш:

$$P = 9/45 + 9/45 - 9/45 \times 8/44 = 2/5 - 2/55 = 4/11.$$

В ряде задач удобнее искать не вероятность заданного события, а вероятность события, противоположного ему, что значительно упрощает вычисления. Введем еще одно понятие.

Противоположными событиями называют два несовместных события, образующих полную группу. Если одно из них назвать A , то второе принято обозначать (B) . Таким образом, событие (B) заключается в том, что событие A не произошло.

Сумма вероятностей противоположных событий равна 1:

$$P(A) + P(B) = 1 \quad (1.5)$$

Задача №15

Бросаем два кубика. Какова вероятность выпадения хотя бы одной шестерки? Вероятность выпадения шестерки на первом кубике $1/6$. На втором также $1/6$.



Складываем по формуле сложения вероятностей:

$$P = 1/6 + 1/6 - 1/6 \times 1/6 = 1/3 - 1/36 = 11/36.$$

Это было стандартное решение, попробуем решить эту же задачу, используя понятие противоположных событий и формулу (1.5).

Событие, противоположное тому, о котором нас спрашивают в условии, состоит в том, что на двух кубиках не выпадет ни одна шестерка. Вероятность того, что шестерка не выпадет на первом кубике, как это следует из формулы (1.5), равна:

$$P(B1) = 1 - 1/6 = 5/6.$$

Такова же и вероятность невыпадения шестерки на втором кубике.

$$P(B2) = 1 - 1/6 = 5/6.$$

Перемножая, находим вероятность невыпадения шестерки ни на одном из кубиков:

$$P(B1) \times P(B2) = 5/6 \times 5/6 = 25/36.$$

Последним шагом находим вероятность противоположного события, т.е. выпадения хотя бы одной шестерки:

$$P = 1 - P(B1) \times P(B2) = 1 - 25/36 = 11/36.$$

Ответ аналогичен.

Задача №16

Какова вероятность того, что при раздаче карт в Техасском Холдеме вы получите хотя бы одного туза?

Вероятность того, что первая пришедшая вам карта окажется тузом, равна $4/52$ (в колоде 52 карты, из них четыре туза). Вероятность того, что вторая карта окажется тузом, также $4/52$. (Обратите внимание, что мы не говорим, что в колоде теперь осталась 51 карта; ведь мы не знаем, первая карта — туз или нет, поэтому в колоде по-прежнему 52 неизвестные карты.)

Итак, $P(A) = 4/52$, $P(B) = 4/52$.

По формуле логического сложения

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(AB).$$

Снова мы имеем дело с зависимыми событиями. Очевидно, что вероятность прихода туза второй картой принципиально зависит от того, какая карта пришла первой — туз или не туз.

Значит, в данном случае мы должны воспользоваться формулой (1.4.2):

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B/A)$$

В данном случае $P(B/A)$ — это вероятность прихода туза второй картой при условии, что первой картой уже пришел туз. Подсчитаем ее.





34 Глава 1 ♠ Элементарная теория вероятностей

Итак, если первой картой уже вышел туз, то в колоде осталось всего три туза из 51 карты. Значит $P(B/A) = 3/51$. Тогда:

$$P(A+B) = 4/52 + 4/52 - 4/52 \times 3/51 = 2/13 - 1/221 = 33/221 \approx 1/7.$$

Хотя бы одного туза вы увидите примерно один раз из семи.

Математическое ожидание

Для нас *математическое ожидание* (МО) — это результат, который мы предполагаем получить в процессе игры. Он будет выражаться в деньгах или в процентах.

Мы будем использовать следующую формулу:

$$MO = R/M. \quad (1.6)$$

Здесь:

M — полная группа событий;

R — баланс (т.е. совокупный итог всех наших проигрышей и выигрышей) за полную группу событий.

Обычно баланс можно выразить следующей формулой:

$$R = A \times X + B \times Y,$$

где

A — количество выигрышей;

X — сумма выигрыша;

B — количество проигрышей;

Y — сумма проигрыша.

Задача №17

Мы бросаем монету. В случае выпадения орла мы выигрываем полторы фишки. В случае выпадения решки мы проигрываем одну фишку. Каково математическое ожидание данной игры?

Полная группа событий равна двум (один орел и одна решка). Иначе говоря, $M = 2$.

Подсчитаем баланс. Орел у нас выпадет один раз, и в этом случае мы выигрываем полторы фишки. Решка выпадет также один раз, и в этом случае мы проигрываем одну фишку. Подсчитаем совокупный баланс:

$$N = 1 \times 1.5 - 1 \times 1 = 0,5.$$

Математическое ожидание равно:

$$MO = 0,5/2 = 0,25.$$

Получается, что за каждый раунд игры мы будем выигрывать в среднем четверть фишки. Это игра с *положительным МО*, т.е. играя в эту игру, мы на длинной дистанции обязательно выигреем. И чем больше игр мы проведем, тем больше будет наш доход.



Задача №18

Мы бросаем две монеты. Если обе упадут орлом, мы получаем девять фишек. Если же хотя бы одна монета упадет решкой, то мы теряем две фишки. Подсчитайте МО данной игры.

Полная группа событий равна 4 (о о, о р, р о, р р).

Подсчитаем баланс (R). Обе монеты упадут орлом один раз, в этом случае мы получим девять фишек. Остальные три раза мы проиграем по две фишки каждый раз:

$$R = 1 \times 9 - 3 \times 2 = 9 - 6 = 3,$$

$$MO = 3/4 = 0,75.$$

За каждый бросок мы будем выигрывать в среднем три четверти фишки.

Задача №19

Бросаем два кубика. Если сумма цифр на верхних гранях окажется больше 8, мы получаем две фишки. Если сумма цифр будет меньше или равна 8, — теряем одну фишку.

Мы уже знаем, что полная группа событий равна 36. Найдем все исходы опытов, в которых сумма больше 8. Для этого воспользуемся таблицей из задачи №5. Таких вариантов всего 10.

Итого, 10 раз мы выиграем по две фишки и 26 раз проиграем по одной:

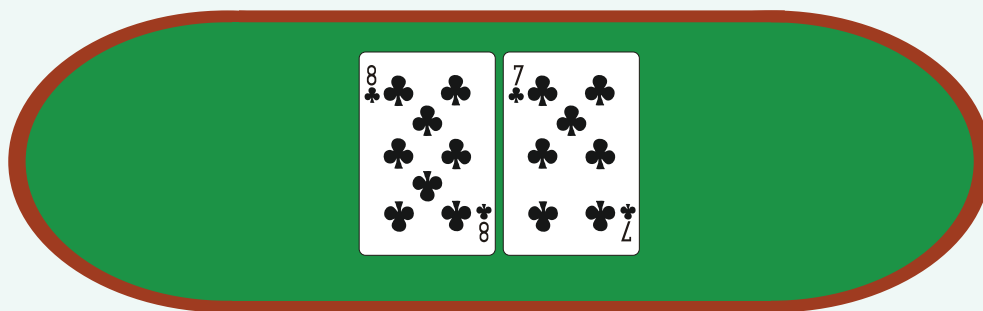
$$R = 10 \times 2 - 26 \times 1 = 20 - 26 = -6,$$

$$MO = -6/36 = -1/6.$$

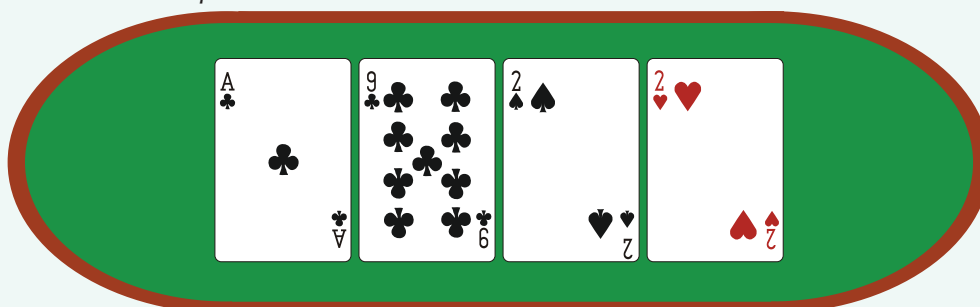
Итак, за каждый бросок кубиков мы будем проигрывать в среднем одну шестую часть фишки. Это игра с отрицательным МО, и если играть в такую игру достаточно долго, то можно проиграть огромную сумму.

Задача №20

У вас:



На столе открыты:



Вы остались один на один со своим оппонентом. В банке 80 фишек. Противник делает ставку в размере банка. Вы абсолютно уверены, что у него туз. У вас остались последние 80 фишек. Что вам делать — пасовать или коллировать¹?

На ривер должна придти еще одна карта из 45 возможных (В колоде 52 карты, нам известны семь из них — две наши, четыре на столе и туз противника). Полная группа событий равна 45. Нам подходит девять карт трефовой масти. В этом случае мы каждый раз выиграем 160 фишек (80 было в банке, и еще 80 поставил наш соперник). В 36 случаях мы не купим флеш, каждый раз проигрывая 80 фишек (мы делаем колл на терне).

Баланс равен:

$$R = 9 \times 160 - 36 \times 80 = 1440 - 2880 = -1440,$$

$$MO = -1440/45 = -32.$$

Получается, что, играя колл, мы всякий раз проигрываем 32 фишки, причем независимо от исхода конкретной раздачи. Иногда нам будет приходиться этот флеш, но наша игра минусовая, и на длинной дистанции мы будем в минусе.

Очевидно, МО паса равно нулю. Это лучше, чем -32. Поэтому в данной ситуации правильным решением будет спасовать.

Теперь мы готовы сделать некоторые предварительные выводы. Для того чтобы выигрывать деньги, играя в покер или любую другую игру, мы должны играть в игры с положительным МО. При выборе игрового решения в любой ситуации мы должны отдавать предпочтение тому варианту, который обеспечивает положительное МО. Если таких вариантов несколько, мы выбираем вариант с максимальным МО. Если положительных вариантов вообще нет, то мы выбираем вариант с $MO = 0$, например пас, если речь идет о покере. Подобная стратегия и обеспечивает нам доход от покера на длинной дистанции. Безусловно, можно случайно выиграть, сделав ошибочный ход и поймав удачу на последней карте. Но, повторяя подобные ошибки снова и снова, мы гарантированно проигрываем наши деньги оппонентам.

¹ Коллировать — от слова “колл”, означающего уравнивание чьей-либо ставки (подробности приведены в приложении В).



Дисперсия. Банк-ролл

К сожалению, даже положительное МО не гарантирует нам победы, если дистанция слишком коротка. Вернемся к задаче №17. Мы выяснили, что наша игра положительна с $МО = 0,25$. Но может случиться и так, что за первые 10 бросков монеты орел выпадет только три раза, а решка — целых семь. Тогда наш баланс на тот момент будет таким:

$$R = 3 \times 1,5 - 7 \times 1 = 4,5 - 7 = -2,5.$$

Иначе говоря, чем короче дистанция, тем больше опасность случайного проигрыша. Конечно, если мы продолжим броски, то рано или поздно и отыграемся, и выйдем в ожидаемый плюс. Так что МО — это всего лишь планируемый нами результат, который мы теоретически должны получить. На практике же отклонения от планируемого результата неизбежны. Такие отклонения называются *дисперсией* (D).

Дисперсия — обязательная спутница любой игры. Именно с дисперсией связано еще одно важное для действующего игрока понятие — *банк-ролл*. В нашем понимании, банк-ролл — это количество денег, выделенное нами на игру, причем выраженное в характерных для данной игры начальных ставках. В идеале наш банк-ролл должен быть бесконечен. Именно при этом условии мы можем вести спокойную игру и не сильно переживать из-за краткосрочных колебаний результатов.

Еще раз вернемся к задаче №17. Если мы вступили в эту игру, но при этом у нас в кармане было только три фишки, то после описанной серии из 10 неудачных бросков наша игра окончена. У нас нет денег для продолжения. Игра выгодна, но мы совершили ошибку, выделив на нее очень маленький банк-ролл. Будь у нас больше фишек, мы могли бы продолжить и реализовать свой перевес.

Другой пример: мы бросаем кубик не с шестью гранями, а с миллионом! Если мы угадываем результат броска, мы получаем полтора миллиона фишек. Если нет — теряем одну! Видно, что МО такой игры в строгости равно МО игры в задаче №17. Но также видно, что для участия в ней нам понадобится огромный банк-ролл. Как ни привлекательна игра, но, если мы не в силах обеспечить должный банк-ролл и пережить последствия его возможной потери, мы должны отказаться от участия в ней.

Как следствие, при выборе игры мы должны руководствоваться двумя соображениями. Первое — мы должны обладать положительным МО. Эту задачу мы будем решать в процессе обучения. Второе — наш банк-ролл должен быть достаточно большим, но при этом его потеря не должна стать для нас финансовым крахом. В решении этой задачи нам должны помочь опыт и здравый смысл.

Как следствие, при выборе игры мы должны руководствоваться двумя соображениями. Первое — мы должны обладать положительным МО. Эту задачу мы будем решать в процессе обучения. Второе — наш банк-ролл должен быть достаточно большим, но при этом его потеря не должна стать для нас финансовым крахом. В решении этой задачи нам должны помочь опыт и здравый смысл.

