

Предисловие

Вначале были компьютеры, но перед компьютерами были алгоритмы. Теперь же, когда есть множество компьютеров, есть еще больше алгоритмов, и алгоритмы лежат в основе вычислений.

Эта книга служит исчерпывающим вводным курсом по современным компьютерным алгоритмам. В ней представлено большое количество конкретных алгоритмов, которые описываются достаточно глубоко, однако таким образом, чтобы разработка и анализ были доступны читателям всех уровней подготовки. Мы старались обойтись элементарными пояснениями, но при этом не нанести ущерба ни глубине изложения, ни математической строгости.

В каждой главе представлен определенный алгоритм и описаны метод его разработки, область применения и другие связанные с ним вопросы. Алгоритмы описываются и простым человеческим языком, и с помощью псевдокода, разработанного таким образом, чтобы быть понятным любому, у кого есть хотя бы минимальный опыт программирования. В книге представлены 244 рисунка, иллюстрирующих работу алгоритмов, и многие из них состоят из нескольких частей. Поскольку один из важнейших критериев разработки алгоритмов — их *эффективность*, каждое описание алгоритма включает в себя тщательный анализ времени его работы.

Данный учебник предназначен, в первую очередь, для студентов и аспирантов, изучающих тот или иной курс по алгоритмам и структурам данных. Он также будет полезен для технических специалистов, желающих повысить свой уровень в этой области, поскольку описание процесса разработки алгоритмов сопровождается изложением технических и математических вопросов.

В этом, третьем, издании книга вновь существенно изменена. В ней появились новые главы, пересмотренный псевдокод и более активный стиль изложения.

Преподавателю

Мы составляли эту книгу так, чтобы разнообразие рассматриваемых в ней тем сочеталось с полнотой изложения. Она будет полезной при чтении разнообразных курсов — от курса по структурам данных для студентов до курса по алгоритмам для аспирантов. Поскольку в книге намного больше материала, чем необходимо для обычного курса, рассчитанного на один семестр, можно выбрать только тот материал, который точнее всего соответствует курсу, который вы собираетесь преподавать.

Курсы удобно разрабатывать на основе отдельных глав. Книга написана так, что ее главы сравнительно независимы одна от другой. В каждой главе материал изложен по мере его усложнения и разбит на разделы. В студенческом курсе можно использовать только сравнительно легкие разделы, а в аспирантском — всю главу в полном объеме.

В книгу вошли 957 упражнений и 158 задач. Упражнения даются в конце каждого раздела, а задачи — в конце каждой главы. Упражнения представлены в виде кратких вопросов для проверки степени освоения материала. Одни из них просты и предназначены для самоконтроля, в то время как другие — посложнее и могут быть рекомендованы в качестве домашних заданий. Решение задач требует больших усилий, и с их помощью часто вводится новый материал. Обычно задачи сформулированы так, что в них содержатся наводящие вопросы, помогающие найти верное решение.

Отступив от принятой в предыдущих изданиях практики, мы сделали общедоступными решения ко многим, но не ко всем, задачам и упражнениям. На веб-сайте <http://mitpress.mit.edu/algorithms/> имеются ссылки на эти решения. Вы можете зайти на сайт, чтобы узнать, есть ли решение тех задач, которые вы планируете задать студентам. Ожидается, что со временем набор представленных решений будет понемногу расти, так что мы рекомендуем посещать сайт при каждом очередном чтении вашего курса.

Разделы и упражнения, которые больше подходят для аспирантов, чем для студентов, обозначены звездочкой (*). Они не обязательно сложнее тех, возле которых звездочка отсутствует; просто для их понимания может понадобиться владение более сложным математическим аппаратом. Для того чтобы справиться с упражнениями со звездочкой, может понадобиться более основательная подготовка или неординарная сообразительность.

Студенту

Надеемся, что этот учебник станет хорошим введением в теорию алгоритмов. Авторы попытались изложить каждый алгоритм в доступной и увлекательной форме. Чтобы облегчить освоение незнакомых или сложных алгоритмов, каждый из них описывается поэтапно. В книге также подробно объясняются математические вопросы, необходимые для понимания проводимого анализа алгоритмов. Для тех читателей, которые уже в некоторой мере знакомы с какой-то темой, материал глав организован таким образом, чтобы эти читатели могли опустить вводные разделы и перейти непосредственно к более сложному материалу.

Книга получилась довольно большой, поэтому не исключено, что в курсе лекций будет представлена лишь часть изложенного в ней материала. Однако авторы попытались сделать ее такой, чтобы она стала полезной как сейчас в качестве учебника, способствующего усвоению курса лекций, так и позже, в профессиональной деятельности, в качестве настольного справочного пособия для математиков и инженеров.

Ниже перечислены необходимые предпосылки, позволяющие освоить материал этой книги.

- Читатель должен обладать некоторым опытом в программировании. В частности, он должен иметь представление о рекурсивных процедурах и простых структурах данных, таких как массивы и связанные списки.
- Читатель должен обладать определенными математическими навыками, в особенности навыками доказательства теорем методом математической индукции. Для понимания некоторых вопросов, изложенных в этой книге, потребуется умение выполнять некоторые простые математические преобразования. Помимо этого, в частях I и VIII рассказывается обо всех используемых математических методах.

Мы получили множество просьб предоставить решения к задачам и упражнениям из книги. На нашем веб-сайте <http://mitpress.mit.edu/algorithms/> имеются ссылки на решения некоторых задач и упражнений, так что вы запросто можете сравнивать собственные решения с нашими. Однако мы просим вас *не* присылать нам свои решения.

Профессионалу

Широкий круг вопросов, которые излагаются в этой книге, позволяет говорить о том, что она станет прекрасным учебником по теории алгоритмов. Поскольку каждая глава является относительно самостоятельной, читатель сможет сосредоточить внимание на вопросах, интересующих его больше других.

Основная часть обсуждаемых здесь алгоритмов обладает большой практической ценностью. Поэтому не обойдены вниманием особенности реализации алгоритмов и другие инженерные вопросы. Часто предлагаются реальные альтернативы алгоритмам, представляющим преимущественно теоретический интерес.

Если вам понадобится реализовать любой из предложенных здесь алгоритмов, вы должны суметь достаточно легко преобразовать приведенный псевдокод в код на вашем любимом языке программирования. Мы разработали псевдокод таким образом, чтобы каждый алгоритм был представлен ясно и лаконично. Вследствие этого не рассматриваются обработка ошибок и другие связанные с разработкой программного обеспечения вопросы, требующие определенных предположений, касающихся конкретной среды программирования. Авторы попытались представить каждый алгоритм просто и непосредственно, не используя индивидуальных особенностей того или иного языка программирования, что могло бы усложнить понимание сути алгоритма.

Мы понимаем, что, работая с книгой, не будучи студентом, вы не сможете проконсультироваться по поводу решения вами задач и упражнений с преподавателем. Поэтому на нашем веб-сайте <http://mitpress.mit.edu/algorithms/> имеются ссылки на решения некоторых задач и упражнений, так что у вас есть возможность проверить свою работу. Однако мы просим вас *не* присылать нам свои решения.

Коллеге

В книге приведена обширная библиография и представлены ссылки на современную литературу. В конце каждой главы есть раздел “Заключительные заме-

чания”, содержащий исторические подробности и ссылки. Однако эти замечания не могут служить исчерпывающим руководством в области алгоритмов. Возможно, в это будет сложно поверить, но даже в такую объемную книгу не удалось включить многие интересные алгоритмы из-за недостатка места.

Несмотря на огромное количество писем от студентов с просьбами предоставить решения задач и упражнений, политика авторов — не приводить ссылки на источники, из которых эти задачи и упражнения были заимствованы. Это сделано для того, чтобы студенты не искали готовых решений в литературе, а решали задачи самостоятельно.

Изменения в третьем издании

Что же изменилось в третьем издании книги по сравнению со вторым? Количество этих изменений находится на том же уровне, что и количество изменений во втором издании по сравнению с первым. Как мы писали в предыдущем издании, в зависимости от точки зрения, можно сказать, что их достаточно мало или довольно много.

Беглый взгляд на оглавление книги показывает, что большая часть глав и разделов второго издания осталась на месте. Мы убрали из книги две главы и один раздел, но при этом добавили три новые главы и два новых раздела, помимо этих новых глав.

Мы сохранили смешанную схему первых двух изданий. Вместо организации глав в соответствии с проблемной областью задач или в соответствии с методами решения задач, мы использовали оба подхода одновременно. В книге имеются главы, посвященные методу “разделяй и властвуй”, динамическому программированию, амортизационному анализу, NP-полноте и приближенным алгоритмам. Но в ней же есть целые части, посвященные сортировке, структурам данных для динамических множеств и алгоритмам для решения задач на графах. Мы считаем, что, хотя вы и должны знать, как применять методы проектирования и анализа алгоритмов, задачи редко подсказывают, какие именно методы в наибольшей степени подходят для их решения.

Вот краткая информация о наиболее существенных изменениях в третьей редакции книги.

- Мы добавили новые главы, посвященные деревьям ван Эмде Боаса и многопоточным алгоритмам, и убрали из приложений материал о матрицах.
- Мы пересмотрели главу, посвященную рекуррентности, в сторону большего охвата метода “разделяй и властвуй” и ее первых двух разделов, посвященных применению этого метода для решения двух задач. Во втором разделе этой главы описан алгоритм Штрассена умножения матриц, которые был перенесен сюда из главы об операциях с матрицами.
- Мы убрали две главы с достаточно редко изучаемым материалом: биномиальными пирамидами и сортирующими сетями. Одна из ключевых идей главы, посвященной сортирующим сетям, а именно 0-1 принцип, в этом издании находится в задаче 8.7 в виде леммы 0-1 сортировки для алгоритмов, работающих путем сравнения и обмена. Рассмотрение пирамид Фибоначчи больше не

основывается на биномиальных пирамидах как на предшественницах пирамид Фибоначчи.

- Мы пересмотрели подход к динамическому программированию и жадным алгоритмам. Динамическое программирование теперь иллюстрируется более интересной задачей разрезания стержня, чем задача сборочного конвейера во втором издании. Кроме того, мы сделали больший, чем во втором издании, акцент на технологии запоминания и ввели понятие графа подзадачи как способ улучшения определения времени работы алгоритма динамического программирования. В нашем вводном примере для жадных алгоритмов — в задаче о выборе процессов — мы переходим к жадным алгоритмам более прямым путем, чем во втором издании.
- Способ удаления узла из бинарных деревьев поиска (включающих красно-черные деревья) теперь гарантирует, что будет удален именно тот узел, который нужно удалить. В двух первых изданиях в некоторых случаях удалялся некоторый другой узел с перемещением его содержимого в узел, переданный процедуре удаления. При таком, новом, способе удаления узлов в случае, когда другие компоненты программы поддерживают указатели на узлы дерева, они не окажутся в ситуации с устаревшими указателями на удаленные из дерева узлы.
- В материале, посвященном транспортным сетям, потоки теперь полностью базируются на ребрах, что представляет более интуитивно понятный подход, чем в первых двух изданиях.
- Поскольку материал об основах работы с матрицами и алгоритм Штрассена перенесены в другие главы, глава, посвященная матричным операциям, стала существенно меньше по сравнению со вторым изданием.
- Изменено рассмотрение алгоритма сравнения строк Кнута–Морриса–Пратта.
- Исправлен ряд ошибок. Информация о большинстве из них (но не обо всех) была получена нами через наш сайт, посвященный второму изданию книги.
- Идя навстречу многочисленным пожеланиям, мы заменили синтаксис нашего псевдокода. Теперь для указания присвоения мы используем “=”, а для проверки на равенство — “==”, как это делается в C, C++, Java и Python. Точно так же мы удалили ключевые слова **do** и **then** и приняли в качестве символов начала комментария до окончания строки “//”. Кроме того, для указания атрибутов объектов используется запись с точкой. Но мы не зашли настолько далеко, чтобы сделать псевдокод объектно-ориентированным; он остался процедурным. Другими словами, вместо выполнения методов объектов мы просто вызываем процедуры, передавая им объекты в качестве параметров.
- Мы добавили 100 новых упражнений и 28 новых задач. Мы также обновили и расширили библиографию.
- Наконец мы прошли по всей книге и переписали многие разделы, абзацы и отдельные предложения, делая изложение более понятным.

Веб-сайт

Вы можете воспользоваться нашим веб-сайтом по адресу <http://mitpress.mit.edu/algorithms/> для получения дополнительных материалов и для обратной связи с авторами. На сайте имеются ссылки на список известных ошибок, на решения избранных упражнений и задач и многие другие дополнительные материалы. Веб-сайт также позволяет читателю сообщить о замеченных ошибках или внести свои предложения по поводу книги.

Как создавалась эта книга

Третье издание книги, как и второе, выполнено в $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$. Для математических формул мы использовали шрифт Times вместе со шрифтами MathTime Pro 2. Мы выражаем признательность за техническую поддержку Майклу Спиваку (Michael Spivak) из Publish or Perish, Inc., Лансу Карнесу (Lance Carnes) из Personal TeX, Inc., и Тиму Трегубову (Tim Tregubov) из Dartmouth College. Как и в двух предыдущих изданиях, предметный указатель компилировался с помощью Windex, написанной нами программы на языке C, а библиография — с применением \BibTeX . PDF-файлы этой книги созданы на MacBook под управлением OS 10.5.

Иллюстрации к третьему изданию созданы с использованием MacDraw Pro с соответствующими пакетами для $\text{\LaTeX} 2_{\epsilon}$ для вставки в иллюстрации математических формул. К сожалению, MacDraw Pro — устаревшее программное обеспечение, не выпускающееся уже более десятилетия. Но к счастью, у нас все еще есть пара “Макинтошей”, на которых можно запускать классическую среду под управлением OS 10.4, а следовательно, как правило, и MacDraw Pro. Но даже с этими сложностями мы пришли к выводу, что MacDraw Pro гораздо проще любого другого программного обеспечения для создания иллюстраций, сопровождающих текст на компьютерную тематику, и позволяет получить отличные результаты.¹ Кто знает, сколько еще протянут наши доинтеловские Маки, так что если кто-то из Apple читает эти строки, то услышьте нашу просьбу: *пожалуйста, создайте OS X-совместимую версию MacDraw Pro!*

Благодарности к третьему изданию

К настоящему времени мы сотрудничаем с MIT Press уже более двух десятилетий, и это были очень плодотворные десятилетия! Мы благодарны Эллен Фаран (Ellen Faran), Бобу Приору (Bob Prior), Аде Брунштейн (Ada Brunstein) и Мэри Рейли (Mary Reilly) за помощь и поддержку.

При написании третьего издания мы были сильно разбросаны географически, работая в Dartmouth College Department of Computer Science, MIT Computer

¹Мы изучили несколько различных программ, работающих под управлением Mac OS X, но все они обладают значительными недостатками по сравнению с MacDraw Pro. Мы пробовали создавать иллюстрации для этой книги с помощью других, хорошо известных программ, но получалось, что в результате мы тратили как минимум в пять раз больше времени, чем для создания тех же иллюстраций в MacDraw Pro, причем результат оставлял желать лучшего. Так что нам пришлось скрепя сердце принять решение вернуться к MacDraw Pro на старых “Макинтошах”.

Science and Artificial Intelligence Laboratory и Columbia University Department of Industrial Engineering and Operations Research. Мы благодарны нашим университетам и колледжам за создание поддерживающей и стимулирующей обстановки.

Джули Сассман (Julie Sussman, P.P.A.) вновь согласилась быть нашим техническим редактором. И вновь мы удивлялись как количеству сделанных нами ошибок, так и умению Джули их вылавливать. Она также помогла нам улучшить в ряде мест представление материала. Если бы существовал Зал славы технических редакторов, Джули, несомненно, заняла бы в нем достойное место. Она — просто феномен! Спасибо, спасибо, большое спасибо, Джули! Прия Натараджан (Priya Natarajan) также обнаружил ряд ошибок, которые мы смогли исправить еще до того, как книга была отправлена в типографию. Все оставшиеся в книге ошибки, несомненно, находятся на совести авторов (и, вероятно, были внесены в книгу после того, как ее прочла Джули).

Рассмотрение деревьев ван Эмде Боаса порождено замечаниями Эрика Демейна (Erik Demaine), на которые, в свою очередь, повлиял Майкл Бендер (Michael Bender). Мы также включили в книгу идеи Джейведа Аслама (Javed Aslam), Бредли Кусмаула (Bradley Kuszmaul) и Хью Жа (Hui Zha).

Глава, посвященная многопоточности, основана на материале, изначально написанном вместе с Гаральдом Прокопом (Harald Prokop). На этот материал большое влияние оказали некоторые другие работы в рамках проекта Cilk в MIT, включая работы Бредли Кусмаула (Bradley Kuszmaul) и Маттео Фриго (Matteo Frigo). Дизайн многопоточного псевдокода основан на расширениях MIT Cilk для языка C и расширениях Cilk Arts's Cilk++ для языка C++.

Мы также благодарим множество читателей первого и второго изданий, которые сообщали нам об ошибках или давали советы о том, как улучшить книгу. Мы исправили все найденные ошибки и приняли столько предложений, сколько смогли. Количество таких читателей столь велико, что нет никакой практической возможности перечислить их здесь.

Наконец мы выражаем благодарность нашим женам Николь Кормен (Nicole Cormen), Венди Лейзерсон (Wendy Leiserson), Гейл Ривест (Gail Rivest) и Ребекке Иври (Rebecca Ivry), а также нашим детям Рикки (Ricky), Вильяму (William), Дебби (Debby) и Кати (Katie) Лейзерсонам, Алексу (Alex) и Кристоферу (Christopher) Ривестам, а также Молли (Molly), Ною (Noah) и Бенджамену (Benjamin) Штайнам — за любовь и поддержку во время написания этой книги. Этот проект стал возможным благодаря поддержке и поощрению членов наших семей. С любовью посвящаем эту книгу им.

ТОМАС КОРМЕН
ЧАРЛЬЗ ЛЕЙЗЕРСОН
РОНАЛЬД РИВЕСТ
КЛИФФОРД ШТАЙН

*Ливан, Нью-Гемпшир
Кэмбридж, Массачусеттс
Кэмбридж, Массачусеттс
Нью-Йорк, Нью-Йорк*

Февраль 2009

От издательства

Вы, читатель этой книги, и есть главный ее критик. Мы ценим ваше мнение и хотим знать, что было сделано нами правильно, что можно было сделать лучше и что еще вы хотели бы увидеть изданным нами. Нам интересно услышать и любые другие замечания, которые вам хотелось бы высказать в наш адрес.

Мы ждем ваших комментариев и надеемся на них. Вы можете прислать нам бумажное или электронное письмо либо просто посетить наш Web-сервер и оставить свои замечания там. Одним словом, любым удобным для вас способом дайте нам знать, нравится ли вам эта книга, а также выскажите свое мнение о том, как сделать наши книги более интересными для вас.

Посылая письмо или сообщение, не забудьте указать название книги и ее авторов, а также ваш обратный адрес. Мы внимательно ознакомимся с вашим мнением и обязательно учтем его при отборе и подготовке к изданию последующих книг. Наши координаты:

E-mail: info@williamspublishing.com

WWW: <http://www.williamspublishing.com>

Адреса для писем из:

России: 127055, г. Москва, ул. Лесная, д. 43, стр. 1

Украины: 03150, Киев, а/я 152