ГЛАВА 5

Определение цен форвардных и фьючерсных контрактов

В главе рассматривается взаимосвязь между форвардными и фьючерсными ценами, с одной стороны, и ценой спот, с другой. Форвардные контракты легче анализировать, чем фьючерсные, поскольку они не предусматривают ежедневных расчетов — только единовременную выплату в момент истечения срока контракта. По этой причине бóльшая часть анализа в первой части главы будет относиться к форвардным, а не фьючерсным ценам. К счастью, если сроки действия форвардного и фьючерсного контрактов совпадают, форвардная и фьючерсная цены актива, как правило, очень близки. Это удобно, потому что результаты, полученные для форвардных контрактов обычно справедливы и для фьючерсных.

В первой части главы будут выведены важные общие результаты, касающиеся взаимосвязей между форвардными (или фьючерсными) ценами и ценами спот. Затем мы воспользуемся этими результатами для определения фьючерсных цен для контрактов на фондовые индексы, иностранную валюту и товары. В следующей главе мы рассмотрим процентные фьючерсы.

5.1. ИНВЕСТИЦИОННЫЕ И ПОТРЕБИТЕЛЬСКИЕ АКТИВЫ

Анализируя форвардные и фьючерсные контракты, необходимо различать инвестиционные и потребительские активы. *Инвестиционный актив* (investment asset) — это товар или ценные бумаги, которыми владеет значительное количество инвесторов, преследуя инвестиционные цели. Очевидно, что акции и облигации представляют собой яркий пример инвестиционных активов. Золото и серебро также можно отнести к категории инвестиционных активов. Следует отметить, что инвестиционные активы не обязательно приобретаются для инвестиционных целей. Например, серебро часто используется в промышленном производстве. Однако, для того чтобы актив считался инвестиционным, необходимо, чтобы большое количество инвесторов приобретали его именно для инвестиций. *Потребительский актив* (consumption asset) — это товар, приобретаемый для потребления. Как правило, такой актив не предназначен для инвестирования. К числу потребительских активов можно отнести медь, нефть и свинину.

Как будет показано ниже, для определения форвардной и фьючерсной цен инвестиционного актива на основе его цены спот и других рыночных показателей можно использовать методы арбитража. Однако для определения форвардной и фьючерсной цен потребительских активов эти приемы применить невозможно.

5.2. ПРОДАЖА БЕЗ ПОКРЫТИЯ

Некоторые арбитражные стратегии, описанные в главе, используют *продажу без покрытия, или короткую продажу* (short selling). Так называются сделки, связанные с продажей активов, которые продавцам не принадлежат. В некоторых, но не во всех случаях предметом таких сделок являются инвестиционные активы. Рассмотрим пример продажи без покрытия акций некоей компании.

Предположим, инвестор отдал своему брокеру приказ продать без покрытия 500 акций компании IBM. Брокер выполнит этот приказ, взяв акции взаймы у другого клиента и продав их на рынке, как обычно. Если у брокера всегда есть возможность взять акции взаймы у своих клиентов, инвестор может занимать короткую позицию сколь угодно долго. Однако на определенном этапе инвестору все же придется закрыть короткую позицию, купив 500 акций компании IBM и вернув их кредитору. Если цена акций упадет, инвестор получит прибыль, если вырастет — понесет убытки. Если в какой-то момент времени на протяжении срока действия контракта брокер потеряет возможность брать акции взаймы, инвестор будет вынужден закрыть позицию немедленно, даже на невыгодных условиях. Иногда за использование акций или других ценных бумаг, взятых взаймы, сторона, занимающая короткую позицию, должна заплатить определенный взнос.

Инвестор, занимающий короткую позицию, должен выплачивать брокеру все доходы, например дивиденды или проценты, которые в обычных условиях приносят продаваемые ценные бумаги. В свою очередь, брокер обязан перечислять эти деньги на счет клиента, у которого акции были одолжены. Рассмотрим позицию инвестора, продавшего без покрытия 500 акций компании IBM в апреле, когда цена акции была равна 120 долл., и выкупившего их в июле, когда ее цена упала до 100 долл. Предположим, что дивиденд на акцию был равен одному доллару и выплачивался в мае. Следовательно, в мае инвестор должен был выплатить $500 \times 1 = 500$ долл. Кроме того, закрывая позицию в июле, инвестор заплатил $500 \times 100 = 50\,000$ долл. Итак, чистая прибыль инвестора составила

$$60\,000 - 500 - 50\,000 = 9\,500 \text{ долл.}$$

Этот пример проиллюстрирован в табл. 5.1. В ней показано, что денежные потоки от продажи без покрытия представляют собой зеркальное отражение денежных потоков, возникающих вследствие покупки акций в апреле и их последующей продажи в июле.

Таблица 5.1. Денежные потоки, возникающие вследствие продажи без покрытия и покупки акций

	Покупка акций	
Апрель:	Покупка 500 акций за 120 долл.	–60 000 долл.
Май:	Получение дивидендов	+500 долл.
Июль:	Продажа 500 акций по 100 долл.	+50 000 долл.
		Чистая прибыль = –9 500 долл.
	Продажа акций без покрытия	
Апрель:	Заем 500 акций и продажа их по 120 долл.	+60 000 долл.
Май:	Выплата дивидендов	–500 долл.
Июль:	Покупка 500 акций по 100 долл.	–50 000 долл.
	Замена одолженных акций для закрытия короткой позиции	
		Чистая прибыль = +9 500 долл.

Инвестор обязан поддерживать баланс *маржинального счета* (margin account) через брокера, депонируя деньги или ценные бумаги. Они служат гарантией, что при увеличении цены акций инвестор не откажется от короткой позиции. Этот счет напоминает маржинальный счет для фьючерсных контрактов, рассмотренный в главе 2. Сначала инвестор должен внести первоначальную маржу, а затем при увеличении цены акций от него могут потребовать дополнительные взносы. Маржинальный счет не отражает затрат инвестора, поскольку на него начисляются проценты. Если процентная ставка покажется инвестору неприемлемо низкой, то для погашения маржинальных требований он может воспользоваться казначейскими векселями. Выручка от продажи ценных бумаг принадлежит инвестору и, как правило, становится частью первоначальной маржи.

Иногда регулирующие органы изменяют правила продажи акций без покрытия. В 1938 году было введено правило “роста”: акции можно было продавать без покрытия, только если в момент продажи их цена росла (on an uptick). В июле 2007 года Комиссия по ценным бумагам отменила это правило, но в феврале 2010 года ввела правило “альтернативного роста”. В соответствии с этим правилом, если цена акции падает за один день больше чем на 10%, на этот и следующий день продажа без покрытия ограничивается. Эти ограничения заключаются в том, что акцию можно продать без покрытия только по цене, которая превышает текущую цену покупателя. Иногда продажи без покрытия просто запрещают. Именно это произошло в 2008 году в некоторых странах, поскольку их регуляторные органы считали, что продажи без покрытия повышают волатильность рынка.

5.3. ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ И ОБОЗНАЧЕНИЯ

В главе приняты следующие предположения, касающиеся основных участников рынка.

1. Сделки на рынке осуществляются бесплатно.
2. Чистая прибыль участников рынка облагается налогом по одинаковым правилам.
3. Участники рынка могут как брать, так и давать деньги взаймы по одной и той же безрисковой процентной инвестиционной ставке.
4. Участники рынка могут использовать возникающие арбитражные возможности.

Подчеркнем, что эти утверждения не распространяются на всех участников рынка. Достаточно, чтобы они выполнялись для ключевых участников рынка, например для крупных инвестиционных банков. Это вполне резонно, поскольку именно стремление главных участников рынка использовать арбитражные возможности определяет зависимость между форвардными и ценами спот.

В данной главе используются следующие обозначения.

T: время до момента поставки по форвардному и фьючерсному контрактам, лет;

S_0: текущая цена базового актива, лежащего в основе форвардного или фьючерсного контракта;

F_0: текущая форвардная или фьючерсная цена;

r: годовая безрисковая процентная ставка на инвестиции, срок действия которых истекает в момент поставки (т.е. через T лет), выраженная через ставку с непрерывным начислением.

Теоретически безрисковой называется процентная ставка r, под которую осуществляются заимствования и кредиты, имеющие полную гарантию возврата денег. Как указано в главе 4, участники рынка деривативов считают безрисковой ставку LIBOR, а не казначейскую ставку.

5.4. ФОРВАРДНАЯ ЦЕНА ИНВЕСТИЦИОННОГО АКТИВА

Проще всего оценить форвардный контракт на поставку инвестиционного актива, не приносящего инвестору никакого дохода. Примерами таких активов являются бездивидендные акции и облигации с нулевым купоном.

Рассмотрим трехмесячный форвардный контракт на покупку акции, не предусматривающей выплаты дивидендов[1]. Предположим, что текущая цена акции равна 40 долл., а трехмесячная безрисковая процентная инвестиционная ставка — 5% годовых. Рассмотрим арбитражные стратегии в двух противоположных ситуациях.

Сначала предположим, что форвардная цена относительно высока и равна 43 долл. Арбитражер может взять в долг 40 долл. по безрисковой процентной ставке, равной 5% годовых, купить одну акцию и заключить форвардный контракт на продажу одной акции с поставкой через три месяца. По истечении трех месяцев арбитражер поставляет акцию и получает 43 долл. Сумма, которую необходимо выплатить кредитору, равна

$$40e^{0{,}05\times 3/12} = 40{,}50 \text{ долл.}$$

Следуя этой стратегии, арбитражер через три месяца фиксирует прибыль, равную 43,00 – 40,50 = 2,50 долл.

Предположим теперь, что форвардная цена относительно мала и равна 39 долл. Арбитражер может продать одну акцию без покрытия, инвестировать доход, полученный от продажи, на три месяца под 5% годовых и занять длинную позицию в трехмесячном форвардном контракте. Доход, полученный от продажи акции, через три месяца будет равен $40e^{0{,}05\times 3/12} = 40{,}50$ долл. Итак, через три месяца арбитражер выплатит за акцию 39 долл., получит ее от контрагента по форвардному контракту и закроет ею короткую позицию. Его чистая прибыль через три месяца вычисляется так:

$$40{,}50 - 39{,}00 = 1{,}50 \text{ долл.}$$

Эти две торговые стратегии приведены в табл. 5.2.

При каких условиях возникают арбитражные возможности, описанные выше? Первая арбитражная возможность возникает, если форвардная цена больше 40,50 долл. Вторая арбитражная возможность возникает, если форвардная цена меньше 40,50 долл. Следовательно, если бы арбитражные возможности были исключены, форвардная цена должна была бы установиться на уровне 40,50 долл.

---

[1] Форвардные контракты на отдельные акции на практике встречаются редко. Однако они очень полезны для иллюстрации основных идей. Фьючерсы на отдельные акции впервые появились в США в ноябре 2002 года.

Таблица 5.2. Арбитражные возможности, возникающие, когда форвардная цена не совпадает с ценой спот актива, не приносящего дохода. (Цена актива = = 40 долл., процентная ставка = 5%, срок действия контракта = 3 месяца)

Форвардная цена = 43 долл.	**Форвардная цена = 39 долл.**
В настоящий момент:	*В настоящий момент:*
Занимаем 40 долл. под 5% на три месяца	Продаем без покрытия одну акцию и получаем 40 долл.
Покупаем одну акцию	Инвестируем 40 долл. под 5% на три месяца
Заключаем форвардный контракт на продажу актива через три месяца по 43 долл.	Заключаем форвардный контракт на покупку актива через три месяца по 39 долл.
Через три месяца:	*Через три месяца:*
Продаем актив за 43 долл.	Покупаем актив по 36 долл.
Возвращаем 40,50 долл. в качестве долга с процентами	Закрываем короткую позицию
Полученная прибыль = 2,50 долл.	Полученная прибыль = 1,50 долл.

Обобщение

Чтобы обобщить описанный пример, рассмотрим форвардный контракт на бездоходный инвестиционный актив, цена которого равна S_0. В наших обозначениях T — это срок действия контракта; r — безрисковая процентная ставка; F_0 — форвардная цена. Зависимость между величинами F_0 и S_0 описывается следующей формулой:

$$F_0 = S_0 e^{rT}. \tag{5.1}$$

Если $F_0 > S_0 e^{rT}$, арбитражер может купить актив и заключить форвардные контракты на его продажу. Если $F_0 < S_0 e^{rT}$, арбитражер может продать актив без покрытия и заключить форвардные контракты на его покупку[2]. В нашем примере $S_0 = 40$, $r = 0{,}05$ и $T = 0{,}25$. Следовательно,

$$F_0 = 40e^{0{,}05\times 0{,}25} = 40{,}50 \text{ долл.}$$

Эта величина полностью согласуется с нашими предыдущими вычислениями.

И длинная позиция по форвардному контракту, и покупка с немедленной поставкой (spot purchase) приводят к получению актива в момент T. Форвардная цена выше спот-цены, поскольку существуют затраты на финансирование покупки с немедленной поставкой на протяжении срока действия форвардного контракта. Это

[2] Чтобы убедиться в справедливости формулы (5.1), рассмотрим другую стратегию: купить одну акцию актива и заключить форвардный контракт на его продажу через T лет по цене F_0долл. Такой контракт стоит S_0 долл. и очевидным образом приводит через T лет к притоку наличности в сумме F_0 долл. Следовательно, величина S_0 должна быть равной текущей цене F_0. Иначе говоря, $S_0 = F_0 e^{-rT}$, т.е. $F_0 = S_0 e^{rT}$.

обстоятельство не учли менеджеры компании Kidder Peabody, что привело к большим неприятностям (см. врезку “Пример из деловой практики 5.1”).

Пример из деловой практики 5.1. Ошибка компании Kidder Peabody

Инвестиционные банки разработали способ создания нуль-купонных облигаций, получивших название *стрип* (strip), используя казначейские облигации с купонами путем продажи денежных потоков, создаваемых облигациями с купонами в качестве отдельных ценных бумаг. Джозеф Джетт (Joseph Jett), трейдер компании Kidder Peabody, придумал относительно простую торговую стратегию. Он планировал покупать облигации “стрип” и продавать их на форвардном рынке. Как показывает равенство (5.1), форвардная цена финансового инструмента, не приносящего дохода, всегда выше цены спот. Предположим, например, что трехмесячная процентная ставка равна 4% годовых, а спот-цена облигации “стрип” равна 70 долл. Трехмесячная форвардная ставка облигации “стрип” равна $70e^{0,04\times 3/12} = 70,70$ долл.

Компьютерная система компании Kidder Peabody сообщила, что прибыль каждой сделки, заключенной Джеттом, равна величине, на которую форвардная цена превышает цену спот (в нашем примере, 0,70 долл.). Фактически эта прибыль представляла собой не что иное, как стоимость финансирования покупки облигации “стрип”. Однако пролонгируя свои контракты, Джетт мог предотвращать эти расходы.

В результате система сообщила, что благодаря сделкам Джетта компания получила 100 млн долл. прибыли (и Джетт получил большую премию), в то время как на самом деле убытки компании составили около 350 млн долл. Этот пример демонстрирует, что даже крупные финансовые учреждения могут делать элементарные ошибки!

ПРИМЕР 5.1

Проанализируем четырехмесячный форвардный контракт на покупку облигации с нулевым купоном, срок погашения которой наступит через один год. (Это значит, что облигация будет погашена через восемь месяцев после истечения срока действия форвардного контракта.) Текущая цена облигации равна 930 долл. Будем считать, что четырехмесячная безрисковая непрерывно начисляемая процентная ставка равна 6% годовых. Поскольку облигация с нулевым купоном не приносит дохода, следует применить формулу (5.1), в которой $T = 4/12$, $r = 0,06$ и $S_0 = 930$. Форвардная цена F_0 вычисляется по формуле

$$F_0 = 930e^{0,06\times 4/12} = 948,79 \text{ долл.}$$

Именно такой должна быть цена поставки в контракте, который заключается сегодня.

Что делать, если продажа без покрытия невозможна

Продажа без покрытия разрешается не для всех инвестиционных активов. Однако это не создает никаких трудностей. Чтобы вывести формулу (5.1), возможность продажи без покрытия вовсе не обязательна. Требуется лишь значительное количество людей, владеющих активами исключительно с целью инвестирования (для инвестиционных активов это условие выполняется по определению). Если форвардная цена слишком низкая, эти люди предпочтут продать актив и занять длинную позицию в форвардном контракте.

Предположим, что базовый актив не приносит доходов, а его хранение не требует затрат. Если $F_0 > S_0e^{rT}$, инвестор может придерживаться следующей стратегии.

1. Взять в долг S_0 долл. под r процентов на T лет.
2. Купить одну единицу актива.
3. Заключить форвардный контракт на продажу одной единицы актива.

Через T лет одну единицу актива можно продать за F_0 долл. За кредит в этот момент необходимо уплатить S_0e^{rT} долл. Следовательно, инвестор получит прибыль, равную $F_0 - S_0e^{rT}$.

Предположим теперь, что $F_0 < S_0e^{rT}$. Инвестор, имеющий актив, может сделать следующее.

1. Продать актив за S_0 долл.
2. Инвестировать полученную сумму на время T под r процентов.
3. Занять длинную позицию в форвардном контракте на покупку одной единицы актива.

Через T лет инвестированная сумма возрастет до S_0e^{rT} долл. В этот момент инвестор может выкупить актив за F_0 долл., получив прибыль, которая на $S_0e^{rT} - F_0$ долл. больше, чем прибыль инвестора, который просто хранил актив.

Для акции, не предусматривающей выплату дивидендов, форвардная цена также должна устанавливаться на уровне, исключающем рассмотренные выше арбитражные возможности. Следовательно, формула (5.1) выполняется и в этом случае.

5.5. ИЗВЕСТНЫЙ ДОХОД

В разделе рассматривается форвардный контракт на инвестиционный актив, обеспечивающий его владельцу вполне предсказуемый денежный доход. Примером такого актива являются акции с дивидендами и облигации с процентными купонами. Сначала проанализируем вычислительный пример, а затем перейдем к формальным рассуждениям.

Рассмотрим длинный форвардный контракт на покупку облигации с процентными купонами, текущая цена которой равна 900 долл. Предположим, что форвардный контракт заключен на девять месяцев, а через четыре месяца ожидается выплата по купонам в размере 40 долл. Предположим, что четырех- и девятимесячная безрисковые процентные ставки (при непрерывном начислении) равны 3 и 4% годовых соответственно.

Предположим сначала, что форвардная цена относительно высока и равна 910 долл. Арбитражер может взять в долг 900 долл. на покупку облигации и заключить форвардный контракт на ее продажу. Текущая стоимость первой выплаты по купонам равна $40e^{-0,03\times 4/12} = 39,60$ долл. Следовательно, 39,60 из 900 долл. заимствуется под 3% годовых на четыре месяца, поэтому эту сумму можно возместить после выплаты по купонам. Оставшиеся 860,40 долл. заимствуются под 4% годовых на девять месяцев. Сумма, начисленная на это вложение, через девять месяцев равна $860,40e^{0,4\times 0,75} = 886,60$ долл. В момент исполнения форвардного контракта инвестор получит за облигацию 910 долл. Итак, чистая прибыль арбитражера вычисляется по формуле

$$910,00 - 886,60 = 23,40 \text{ долл.}$$

Предположим теперь, что форвардная цена относительно низкая и равна 870 долл. Инвестор, владеющий облигацией, может продать ее без покрытия и заключить длинный форвардный контракт. Из 900 долл., вырученных от продажи облигации, 39,60 долл. инвестируются на 4 месяца под 3% годовых, так что ее рост компенсирует выплаты по купону. Оставшиеся 860,40 долл. инвестируются на 9 месяцев под 4% годовых и возрастают до 886,60 долл. Из этой суммы 870 долл. выплачиваются при исполнении форвардного контракта для закрытия короткой позиции. Итак, инвестор получит

$$886,60 - 870,00 = 16,60 \text{ долл.}$$

Эти две стратегии продемонстрированы в табл. 5.3[3].

Таблица 5.3. Арбитражные возможности, возникающие, когда девятимесячная форвардная цена не совпадает с ценой спот актива, приносящего доход. (Цена актива = 900 долл., доход в размере 40 долл. выплачивается через четыре месяца, четырех- и девятимесячная безрисковые процентные ставки равны 3 и 4% соответственно)

Форвардная цена = 910 долл.	**Форвардная цена = 870 долл.**
В настоящий момент:	*В настоящий момент:*
Занимаем 900 долл.: 39,60 долл. на четыре месяца и 860,40 долл. — на девять месяцев	Продаем без покрытия одну акцию и получаем 900 долл.
Покупаем одну акцию	Инвестируем 36,40 долл. на четыре месяца и 860,40 долл. — на девять месяцев

[3] Если продажа облигации без покрытия невозможна, то инвесторы, уже владеющие этой облигацией, могут продать ее и купить форвардный контракт, увеличив стоимость своей позиции на 16,60 долл. Это напоминает стратегию, которую мы описали в разделе 5.4.

Окончание табл. 5.3

Форвардная цена = 910 долл.	**Форвардная цена = 870 долл.**
Заключаем форвардный контракт на продажу актива через девять месяцев по 910 долл.	Заключаем форвардный контракт на покупку актива через девять месяцев по 870 долл.
Через четыре месяца:	*Через четыре месяца:*
Получаем 40 долл. дохода от актива	Получаем 40 долл. дохода от четырехмесячной инвестиции
Возвращаем 40 долл. в качестве первого долга с процентами	Выплачиваем 40 долл. дохода по активу
Через девять месяцев:	*Через девять месяцев:*
Продаем актив за 910 долл.	Получаем 886,60 долл. от девятимесячной инвестиции
Возвращаем 886,60 долл. в качестве второго долга с процентами	Покупаем актив за 870 долл.
	Закрываем короткую позицию
Полученная прибыль = 23,40	Полученная прибыль = 16,60

Первая стратегия приносит прибыль, если форвардная цена больше 886,60 долл., а вторая стратегия является прибыльной, если форвардная цена меньше этой суммы. Следовательно, если бы арбитражные возможности были исключены, форвардная цена должна была бы установиться на уровне 886,60 долл.

Обобщение

Этот пример можно обобщить. Будем считать, что I — текущая стоимость дохода, который должен принести инвестиционный актив на протяжении срока действия контракта.

$$F_0 = (S_0 - I)e^{rT}. \tag{5.2}$$

В нашем примере $S_0 = 900{,}00$, $I = 40e^{-0{,}03\times 4/12} = 39{,}60$, $r = 0{,}04$ и $T = 0{,}75$. Следовательно,

$$F_0 = (900{,}00 - 36{,}60)e^{0{,}04\times 0{,}75} = 886{,}60 \text{ долл.}$$

Это полностью согласуется с нашими предыдущими вычислениями. Формула (5.2) применяется к любому активу, приносящему заранее известный денежный доход.

Если $F_0 > (S_0 - I)e^{rT}$, арбитражер может зафиксировать прибыль, купив актив и заняв короткую позицию в форвардном контракте на его поставку. Если $F_0 < (S_0 - I)e^{rT}$, арбитражер может зафиксировать прибыль, продав актив без покрытия и заняв длинную позицию в форвардном контракте. Если продажи без контракта не-возможны, инвестор, владеющий активом, предпочтет продать актив и занять длинную позицию в форвардных контрактах[4].

ПРИМЕР 5.2

Проанализируем десятимесячный форвардный контракт на покупку акции стоимостью 50 долл. Предположим, что безрисковая непрерывно начисляемая процентная ставка равна 8% годовых, а дивиденды на акцию равны 0,75 долл. И выплачиваются через три, шесть и девять месяцев. Текущая стоимость дивидендов I вычисляется по формуле

$$I = 0{,}75e^{-0{,}08\times3/12} + 0{,}75e^{-0{,}08\times6/12} + 0{,}75e^{-0{,}08\times9/12} = 2{,}162 \text{ долл.}$$

Величина T равна 10 месяцам, следовательно, форвардная цена F_0, полученная по формуле (5.2), вычисляется следующим образом:

$$F_0 = (50 - 2{,}162)e^{0{,}08\times10/12} = 51{,}14 \text{ долл.}$$

Если форвардная цена меньше этой величины, арбитражер может продать акцию без покрытия по цене спот и купить форвардный контракт. Если форвардная цена больше этой величины, арбитражер может продать форвардный контракт и купить акцию по цене спот.

5.6. ИЗВЕСТНАЯ ДОХОДНОСТЬ

Рассмотрим ситуацию, в которой известна доходность актива, лежащего в основе форвардного контракта, а не денежная сумма, которую он может принести. Иначе говоря, предположим, что доход от актива выражается в процентах от его цены, зафиксированной на момент выплаты. Кроме того, будем считать, что доходность актива равна 5% в год. Если доход выплачивается один раз в год, он равен 5% цены актива. (В таких случаях говорят, что доходность равна 5% годовых с ежегодной выплатой.) Если доход выплачивается два раза в год, он равен 2,5% его цены. (Иначе говоря, доходность равна 5% годовых с выплатами раз в полгода.) В разделе 4.2 указывалось, что, как правило, процентная ставка рассчитывается при условии непрерывного начисления процентов. Доходность вычисляется по таким же правилам. Формулы для перевода доходности актива при ежегодном начислении процентов в доходность при другой частоте выплат совпадают с формулами, приведенными в разделе 4.2.

Обозначим через q среднюю годовую доходность актива на протяжении срока действия форвардного контракта. Можно доказать (см. задачу 5.20), что

$$F_0 = S_0e^{(r-q)T}. \tag{5.3}$$

[4] Чтобы убедиться в справедливости формулы (5.2), рассмотрим другую стратегию: купить одну акцию актива и заключить форвардный контракт на его продажу через T лет по цене F_0 долл. Такой контракт стоит S_0 долл. и очевидным образом приводит через T лет к притоку наличности в сумме F_0 долл. и доходу с текущей стоимостью I долл. Исходные затраты равны S_0. Текущая стоимость поступлений равна $I + F_0e^{-rT}$. Следовательно, $S_0 = I + F_0e^{-rT}$, т.е. $F_0 = (S_0 - I)e^{rT}$.

ПРИМЕР 5.3

Проанализируем шестимесячный форвардный контракт на покупку актива, приносящего доход, равный 2% его цены, при выплате процентов один раз в шесть месяцев. Предположим, что безрисковая непрерывно начисляемая процентная ставка равна 10% годовых. Цена актива равна 25 долл. В данном случае $S_0 = 25$, $r = 0{,}10$ и $T = 0{,}5$. Доходность при начислении процентов раз в полгода равна 4% годовых. Применяя формулу (4.3), приходим к выводу, что при непрерывном начислении процентов доходность равна 3,96% годовых. Значит, $q = 0{,}0396$, и формула (5.3) для вычисления форвардной цены дает следующий результат:

$$F_0 = 25e^{(0{,}10-0{,}0396)\times 0{,}5} = 25{,}77 \text{ долл.}$$

5.7. ОЦЕНКА ФОРВАРДНЫХ КОНТРАКТОВ

Стоимость форвардного контракта в момент его заключения равна нулю. На более поздних стадиях эта величина может стать как положительной, так и отрицательной. Используя введенные выше обозначения, будем предполагать, что K — цена поставки актива по контракту; f — текущая стоимость форвардного контракта на продажу актива; F_0 — текущая форвардная цена контракта, проданного некоторое время назад; T — срок поставки; r — T-летняя безрисковая процентная ставка.

Необходимо точно понимать смысл величин F_0, K и f. Если в настоящий момент контракт заключается впервые, то цена поставки K равна форвардной цене F_0, а стоимость контракта f равна нулю. С течением времени цена K остается постоянной (поскольку она является частью контракта), но цена F_0 изменяется, так что стоимость f может стать как положительной, так и отрицательной.

Для всех форвардных контрактов на покупку инвестиционных активов или активов потребления справедлива следующая формула:

$$f = (F_0 - K)e^{-rT}. \tag{5.4}$$

Чтобы убедиться в правильности формулы (5.4), применим способ, которым мы воспользовались в разделе 4.7 при анализе соглашений о форвардных ставках. Сравним два форвардных контракта на покупку актива с разными ценами поставки: F_0 и K. Разница между ними заключается лишь в сумме, выплачиваемой за базовый актив в момент T. По первому контракту эта сумма равна F_0, а по второму — K. Итак, в момент T разница между денежными доходами равна $F_0 - K$, а в текущий момент— $(F_0 - K)e^{-rT}$. Следовательно, стоимость контракта с ценой поставки F_0 на $(F_0 - K)e^{-rT}$ долл. меньше стоимости контракта с ценой поставки K. Стоимость контракта с ценой поставки F_0 равна нулю по определению. Отсюда следует, что стоимость контракта с ценой поставки K равна $(F_0 - K)e^{-rT}$. Итак, формула (5.4) доказана.

Аналогично формула для вычисления стоимости форвардного контракта на продажу с ценой поставки K равна

$$(K - F_0)e^{-rT}.$$

ПРИМЕР 5.4

Предположим, что некоторое время назад был заключен форвардный контракт на покупку бездивидендной акции. До срока поставки осталось шесть месяцев. Допустим, что безрисковая непрерывно начисляемая процентная ставка равна 10% годовых, цена акции — 25 долл., а цена поставки — 24 долл. В данном случае $S_0 = 25$, $r = 0{,}10$, $T = 0{,}5$ и $K = 24$. Применяя формулу (5.1), вычислим шестимесячную форвардную цену F_0.

$$F_0 = 25e^{0,1\times 0,5} = 26{,}28 \text{ долл.}$$

Из формулы (5.4) следует, что стоимость форвардного контракта в настоящий момент равна

$$f = (26{,}28 - 24)e^{-0,1\times 0,5} = 2{,}17 \text{ долл.}$$

Формула (5.4) демонстрирует, что мы можем оценить форвардный контракт на покупку актива, предположив, что цена актива в момент истечения срока действия контракта равна форвардной цене F_0. Чтобы убедиться в этом, достаточно обратить внимание на то, что при сделанных предположениях форвардный контракт в момент T приносит прибыль, равную $F_0 - K$. Следовательно, его текущая стоимость равна $(F_0 - K)e^{-rT}$, т.е. величине f в формуле (5.4). Аналогично можно оценить стоимость форвардного контракта на продажу актива, предположив, что поставка реализуется по текущей форвардной цене.

Используя формулы (5.4) и (5.1), можно вывести формулу для вычисления стоимости форвардного контракта на инвестиционный актив, не приносящий доход:

$$f = S_0 - Ke^{-rT}. \tag{5.5}$$

Аналогично, используя формулы (5.4) и (5.2), можно вывести следующую формулу для вычисления стоимости форвардного контракта на покупку инвестиционного актива, не приносящего дохода:

$$f = S_0 - I - Ke^{-rT}. \tag{5.6}$$

И наконец, используя формулы (5.4) и (5.3), можно вывести формулу для вычисления стоимости форвардного контракта на продажу инвестиционного актива, не приносящего дохода:

$$f = S_0e^{-qT} - Ke^{-rT}. \tag{5.7}$$

Если фьючерсные цены изменяются, то прибыли и потери от фьючерсных контрактов представляют собой произведение изменения фьючерсной цены на размер позиции. Эта прибыль получается практически немедленно, поскольку расчеты по фьючерсным контрактам производятся ежедневно. Формула (5.4) показывает, что при изменении форвардной цены прибыли и потери представляют собой текущую стоимость произведения изменения форвардной цены на размер позиции. Разница между прибылями/потерями по форвардным и фьючерсным контрактам иногда вызывает недоразумения в работе валютных трейдеров (см. врезку “Пример из деловой практики 5.2”)

Пример из деловой практики 5.2. Ошибка системы ?

Валютный трейдер, работающий на некий банк, заключил форвардный контракт на покупку одного миллиона фунтов стерлингов по обменному курсу 1,5000 долл. за фунт через три месяца. Одновременно трейдер, работающий в другом отделе, занял длинную позицию в 16 контрактах на трехмесячные фьючерсы на поставку фунтов стерлингов. Фьючерсная цена равна 1,5000 долл., причем каждый контракт заключается на поставку 62 500 фунтов стерлингов. Следовательно, форвардный и фьючерсный трейдеры заняли одинаковые позиции. Через несколько минут и форвардная, и фьючерсная цены выросли до 1,5040 долл. Банковская система показала, что фьючерсный трейдер получил прибыль в размере 4 000 долл., а форвардный — только 3 900 долл. Форвардный трейдер немедленно позвонил в отдел компьютерных систем и стал возмущаться. Прав ли форвардный трейдер?

Нет! Ежедневные расчеты по фьючерсным контрактам гарантируют, что фьючерсный трейдер практически немедленно получит прибыль, образовавшуюся благодаря увеличению фьючерсной цены. Если форвардный трейдер закрыл свою позицию, заключив контракт на продажу фунтов стерлингов по 1,5040 долл., то он должен был бы заключить контракт на покупку одного миллиона фунтов стерлингов по цене 1,5000 долл. через три месяца и продать этот миллион через три месяца за 1,5040 долл. Прибыль в этом случае действительно равна 4 000 долл. Но она будет получена не сегодня, а только через три месяца. Прибыль форвардного трейдера равна текущей стоимости прибыли, равной 4 000 долл. Это полностью согласуется с формулой (5.4).

В определенной степени форвардного трейдера должен утешить тот факт, что как прибыль, так и убытки обрабатываются одинаково. Если бы форвардная или фьючерсная цены упали до 1,4960 долл. за фунт, а не поднялись бы до 1,5040 долл. за фунт, то фьючерсный трейдер потерял бы 4 000 долл., в то время как форвардный трейдер — только 3 900 долл.

5.8. СОВПАДАЮТ ЛИ ФОРВАРДНАЯ И ФЬЮЧЕРСНАЯ ЦЕНЫ

В Техническом замечании 24, размещенном на веб-странице `www.rotman.utoronto.ca/~hull/TechnicalNotes`, приведены арбитражные аргументы, доказывающие, что при постоянной безрисковой процентной ставке форвардная цена контракта с определенной датой поставки совпадает с фьючерсной ценой контракта с тем же сроком поставки. Эти рассуждения можно распространить также на ситуации, в которых процентная ставка выражается известной функцией, зависящей от времени.

Теоретически, если процентная ставка меняется непредсказуемым образом (как это и происходит в действительности), форвардная и фьючерсная цены не могут совпадать. Чтобы выявить природу зависимости между этими ценами, рассмотрим ситуацию, в которой цена базового актива S сильно и положительно коррелирует с процентными ставками. Если величина S возрастает, инвестор, занимающий длинную позицию во фьючерсном контракте, благодаря процедуре ежедневных расчетов немедленно получает прибыль. Положительная корреляция означает, что процентные ставки при этом, вероятно, также вырастут. Следовательно, у держателя контракта возникает стимул инвестировать полученную прибыль под более высокий процент. Аналогично, если величина S уменьшается, инвестор немедленно несет убытки. Поскольку процентные ставки при этом, вероятно, снизятся, у инвестора возникает стимул компенсировать убыток, взяв деньги в долг под проценты, не превышающие средней ставки. Инвестор, заключивший форвардный, а не фьючерсный контракт, не может ни извлечь выгоду, ни понести убытки от колебаний процентной ставки. Следовательно, фьючерсный контракт на покупку может быть более выгодным, чем аналогичный форвардный контракт. Отсюда следует, что, если цена базового актива S сильно и положительно коррелирует с процентными ставками, фьючерсные цены в среднем должны быть выше форвардных. Если же величина S сильно и отрицательно коррелирует с процентными ставками, с помощью аналогичных рассуждений можно доказать, что отношения между фьючерсными и форвардными ценами будут противоположными.

Теоретическая разница между форвардными и фьючерсными ценами для контрактов, срок действия которых ограничен несколькими месяцами, в большинстве случаев невелика, и ею можно пренебречь. Однако на практике существует множество факторов, не учтенных в теоретических моделях, которые могут привести к несовпадению фьючерсных и форвардных ставок. Как правило, благодаря расчетной палате биржи риск дефолта со стороны контрагента во фьючерсном контракте меньше, чем в форвардном. Кроме того, в некоторых ситуациях фьючерсные контракты имеют более высокую ликвидность, чем форвардные. Несмотря на это, в большинстве случаев можно считать, что форвардная и фьючерсная цены совпадают. Именно это предположение принято на протяжении всей книги. По этой причине символ F_0 обозначает как текущую фьючерсную, так и текущую форвардную цены актива.

Исключением из правила, позволяющего отождествлять форвардные и фьючерсные контракты, являются фьючерсы на евродоллары. Эти контракты рассматриваются в разделе 6.3.

5.9. ФЬЮЧЕРСНЫЕ ЦЕНЫ НА ФОНДОВЫЕ ИНДЕКСЫ

Фьючерсы на фондовые индексы были рассмотрены в разделе 3.5. Там же было показано, что фьючерсные контракты на фондовые индексы представляют собой весьма полезный инструмент для управления инвестиционным портфелем. Фьючерсные цены на разные индексы приведены в табл. 3.3. Рассмотрим теперь способ оценки индексных фьючерсов.

Фондовый индекс можно считать ценой инвестиционного актива, по которому выплачиваются дивиденды[5]. В данном случае инвестиционный актив — это портфель акций, по которым рассчитывается индекс, а дивиденды, выплачиваемые по этим акциям, представляют собой дивиденды, которые должен был бы получить их владелец. Как правило, известной предполагается доходность, а не денежный доход. Если q — это доходность акции, то с помощью формулы (5.3) можно вывести следующее выражение для вычисления фьючерсной цены F_0:

$$F_0 = S_0 e^{(r-q)T}. \tag{5.8}$$

Обратите внимание на то, что в табл. 3.3 фьючерсные цены индекса Доу–Джонса по июньским контрактам меньше, чем по мартовским. Это означает, что 26 мая 2010 года дивидендная доходность q была больше, чем безрисковая ставка r.

Пример из деловой практики 5.3. Фьючерсный контракт CME на индекс Nikkei 225

Чтобы вычислить стоимость индексных фьючерсов по формулам, приведенным в этой главе, необходимо знать стоимость инвестиционного актива. Это значит, что нам следует оценить портфель активов, участвующих в сделках. Актив, лежащий в основе фьючерсных контрактов на индекс Nikkei 225, заключаемых на Чикагской товарной бирже, не отвечает этому требованию, и причины этого довольно сложны. Предположим, что S — это стоимость индекса Nikkei 225. Следовательно, он представляет собой стоимость портфеля, состоящего из акций 225 японских компаний, оцененных в иенах. Величина переменной, лежащей в основе фьючерсных контрактов на фондовый индекс Nikkei 225, заключаемых на бирже CME, равна $5S$ и выражается в *долларах*. Иначе говоря, фьючерсный контракт заключается на основе цен, выраженных в иенах, но интерпретирует их так, будто они измеряются в долларах.

Никто не станет инвестировать средства в портфель, стоимость которого всегда равна $5S$ долл. Лучшее, что можно сделать, — инвестировать средства в портфель, стоимость которого всегда меньше $5S$ иен или всегда меньше $5QS$ долл., где Q — курс доллара по отношению к иене. Арбитражные аргументы, изложенные в этой главе, использовали предположение, что цена спот, на основе которой рассчитывается фьючерсная цена, совпадает с ценой актива, по которой инвестор может его продать. Следовательно, для индекса Nikkei 225 формула (5.8) неверна.

Фьючерсный контракт на индекс Nikkei 225, заключаемый на Чикагской товарной бирже, представляет собой пример *кванто* (quanto). Кванто — это производный финансовый инструмент, в котором базовый актив оценивается в одной валюте, а выплаты — в другой. Эти деривативы рассматриваются в главе 29.

[5] Иногда это не так (см. врезку “Пример из деловой практики 5.3”).

ПРИМЕР 5.5

Рассмотрим трехмесячный фьючерсный контракт на индекс S&P 500. Предположим, что дивидендная доходность акций, включенных в соответствующий инвестиционный портфель, равна 1% в год, текущая величина индекса равна 1 300, а безрисковая непрерывно начисляемая процентная ставка равна 6% годовых. В данном случае $S_0 = 1\,300$, $r = 0{,}05$, $T = 0{,}25$ и $q = 0{,}01$. Применяя формулу (5.8), вычислим фьючерсную цену F_0.

$$F_0 = 1\,300e^{(0{,}06-0{,}01)\times 0{,}25} = 1\,313{,}07 \text{ долл.}$$

На практике дивидендная доходность акций, входящих в инвестиционный портфель, лежащий в основе соответствующего фондового индекса, на протяжении года изменяется от недели к неделе. Например, дивиденды по большому количеству акций, котируемых на бирже NYSE, каждый год выплачиваются в первую неделю февраля, мая, августа и ноября. Выбранная величина показателя q представляет собой среднюю годовую дивидендную доходность акций на протяжении срока действия контракта. Для вычисления показателя q должны выбираться акции, дивиденды по которым выплачиваются в течение срока действия контракта.

Индексный арбитраж

Если $F_0 > S_0e^{(r-q)T}$, инвестор может получить прибыль, купив контракт на немедленную поставку акций, входящих в соответствующий инвестиционный портфель, и заняв короткую позицию во фьючерсном контракте. Если $F_0 < S_0e^{(r-q)T}$, инвестор может получить прибыль, следуя противоположной стратегии, т.е. продав акции, по которым рассчитывается индекс, и заняв длинную позицию во фьючерсном контракте. Эти стратегии называются *индексным арбитражем* (index arbitrage). Если $F < S_0e^{(r-q)T}$, индексный арбитраж часто осуществляется пенсионными фондами, владеющими индексируемыми портфелями акций. Если $F > S_0e^{(r-q)T}$, индексный арбитраж выполняется корпорациями, владеющими кратковременными инвестициями денежного рынка. Для индексов, основанных на большом количестве разных акций, арбитраж иногда осуществляется путем продажи относительно небольшой выборки акций, цены которых зеркально отражают цены акций, на основе которых вычисляется индекс. Довольно часто арбитраж выполняется с помощью *программной торговли* (program trading), т.е. процедуры, в рамках которой сделки автоматически генерируются компьютерами.

Как правило, деятельность арбитражеров гарантирует справедливость формулы (5.8), однако иногда это становится невозможным, и фьючерсные цены отклоняются от цен спот (см. врезку “Пример из деловой практики 5.4”)

Пример из деловой практики 5.4. Индексный арбитраж в октябре 1987 г.

Для осуществления индексного арбитража трейдер должен иметь возможность очень быстро заключать сделки как по фьючерсным контрактам на индексы, так и по инвестиционному портфелю, состоящему из акций, на основе которых вычисляется индекс, руководствуясь ценами, установленными на рынке. В обычных рыночных условиях это возможно только с помощью программной торговли, и формула (5.8) остается справедливой. Рынок отклонялся от нормального состояния только 19 и 20 октября 1987 года. В “черный понедельник”, наступивший 19 октября 1987 года, рынок упал почти на 20%, а на Нью-Йоркской фондовой бирже было продано 604 млн акций (рекордное количество за всю историю!). Компьютерные системы биржи в этот день оказались перегружены, и все приказы на покупку и продажу акций, поступившие в этот день, исполнялись с задержкой на два часа.

Большую часть дня фьючерсные цены были значительно меньше соответствующего индекса. Например, в момент закрытия торгов индекс S&P 500 был равен 225,06 (упав за день на 57,88 пунктов), а фьючерсная цена на этот индекс с поставкой в декабре была равна 201,50 (упав за день на 80,75 пунктов). Основной причиной паники стали задержки в обработке приказов, сделавшие индексный арбитраж невозможным. На следующий день, во вторник 20 октября 1987 года, Нью-Йоркская фондовая биржа установила временные ограничения на программную торговлю. Это также затруднило индексный арбитраж и разрушило традиционную взаимосвязь между фондовыми индексами и фьючерсами на эти индексы. В какой-то момент фьючерсная цена в декабрьском контракте была на 18% меньше, чем индекс S&P 500. Однако уже через несколько дней рынок вернулся в обычное состояние, и арбитражные возможности вновь позволили инвесторам использовать формулу (5.8), выражающую взаимозависимость между фьючерсной и ценой спот фондовых индексов.

5.10. ФОРВАРДНЫЕ И ФЬЮЧЕРСНЫЕ КОНТРАКТЫ НА ИНОСТРАННУЮ ВАЛЮТУ

Перейдем к анализу форвардных и фьючерсных контрактов на иностранную валюту с точки зрения американского инвестора. Базовым активом в таких контрактах является иностранная валюта. Следовательно, переменная S_0 — это текущая цена спот единицы иностранной валюты в долларах, а F_0 — ее форвардная или фьючерсная цена. Это соответствует определениям величин S_0 и F_0, введенным нами ранее для форвардных и фьючерсных контрактов на другие базовые активы. Однако, как указывалось в разделе 2.11, иногда они вычисляются не так, как спот-курс и форвардный курс. Для большинства иностранных валют, кроме британского фунта стерлингов, евро, а также австралийского и новозеландского доллара, спот-курс и форвардный курс обычно котируются в виде количества единиц валюты, эквивалентного одному доллару.

Иностранная валюта характерна тем, что ее владелец может получить проценты на уровне безрисковой процентной инвестиционной ставки, установленной в соответствующей стране. Например, владелец валюты может инвестировать ее в облигации, номинированные в данной валюте. Обозначим через r_f безрисковую процентную ставку, полученную от инвестирования денег на время T за границей, а через r — внутреннюю безрисковую процентную ставку, полученную от инвестирования денег на то же самое время.

Зависимость между величинами F_0 и S_0 задается следующей формулой:

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}. \tag{5.9}$$

Эта формула, хорошо известная в области иностранных финансов, выражает паритет процентных ставок (см. рис. 5.1). Предположим, что некий инвестор обладает 1 000 единиц иностранной валюты. В момент T у него есть два способа конвертировать ее в доллары. Во-первых, он может инвестировать ее на T лет под ставку r_f и заключить форвардный контракт на продажу выручки, полученной в долларах в момент T. Это принесет инвестору $1000e^{r_f T}F_0$ долларов. Во-вторых, может обменять иностранную валюту на денежном рынке и инвестировать выручку на T лет под ставку r. Это принесет инвестору $1000S_0e^{rT}$ долларов. В отсутствие арбитражных возможностей эти две стратегии должны привести к одинаковым результатам. Следовательно,

$$1\,000e^{r_f T}F_0 = 1\,000S_0e^{rT}.$$

Таким образом,

$$F_0 = S_0 e^{(r-r_f)T}.$$

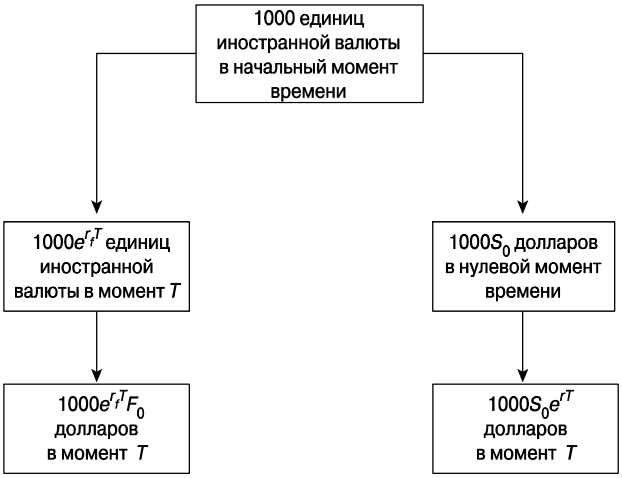

Рис. 5.1. *Два способа конверсии 1000 единиц иностранной валюты в доллары в момент T, где S_0 — текущая цена спот единицы иностранной валюты в долларах; F_0 — ее форвардная или фьючерсная цена, r и r_f — внутренняя и зарубежная безрисковые процентные ставки*

ПРИМЕР 5.6

Предположим, что двухлетние процентные ставки в Австралии и США равны 5 и 7% соответственно, а валютный спот-курс равен 0,6200 долл. США за австралийский доллар. Из формулы (5.9) следует, что двухлетний форвардный валютный курс должен быть равен следующей величине:

$$0{,}62e^{(0{,}07-0{,}05)\times 2} = 0{,}6453.$$

Предположим сначала, что двухлетний форвардный валютный курс меньше указанного уровня и равен, например, 0,6300. Тогда арбитражер может сделать следующее.

1. Взять в долг на два года 1 000 австралийских долларов под 5% годовых, конвертировать их в 620 долларов США и инвестировать под 7% годовых (обе процентные ставки начисляются непрерывно).
2. Заключить форвардный контракт на покупку 1 105,17 австралийских доллара за $1\,105{,}17\times 0{,}63 = 696{,}26$ долл. США.

Сумма, равная 620 долл. США, инвестированная под 7% годовых, за два года вырастет до $620e^{0{,}07\times 2} = 713{,}17$ долл. Для покупки 1 105,17 австралийских доллара инвестор затратит 696,26 долл. США, что позволит ему погасить долг, который с учетом основной суммы и процентов достигнет $1\,000e^{0{,}05\times 2} = 1\,105{,}17$ долл. США. Следовательно, эта стратегия позволяет арбитражеру повысить безрисковую прибыль до $713{,}17 - 696{,}26 = 16{,}91$ долл. США. (На первый взгляд, прибыль невелика, но представьте себе стратегию, в рамках которой инвестор берет в долг 100 млн австралийских долларов!)

Предположим теперь, что двухлетний форвардный курс равен 0,6600 долл. США за австралийский доллар (т.е. больше уровня 0,6453, установленного по формуле (5.9)). В этой ситуации арбитражер может сделать следующее.

1. Взять в долг на два года 1 000 долл. США под 7% годовых, конвертировать их в $1\,000/0{,}6200 = 1\,612{,}90$ австралийских доллара и инвестировать под 5% годовых.
2. Заключить форвардный контракт на продажу 1 782,53 австралийских доллара за $1\,782{,}53 \times 0{,}66 = 1\,176{,}47$ долл. США.

Сумма, равная 1 612,90 австралийских доллара, инвестированная под 5% годовых, за два года вырастет до $1\,612{,}90e^{0{,}05\times 2} = 1\,782{,}53$ австралийских доллара, что эквивалентно 1 176,47 долл. США. Сумма, необходимая для выплаты долга с учетом процентов, равна $1\,000e^{0{,}07\times 2} = 1\,150{,}27$ долл. США. Следовательно, эта стратегия позволяет арбитражеру повысить безрисковую прибыль до $1\,176{,}47 - 1\,150{,}27 = 26{,}20$ долл. США.

В табл. 5.4 приведены котировки фьючерсных курсов иностранной валюты по состоянию на 26 мая 2010 года. Котировки доллара США приведены в иностранной валюте. (Для японской иены котировка выражается в долларах за 100 иен; для мексиканского песо — в долларах за 10 песо.) Это обычная практика котировки фьючерсных контрактов на иностранную валюту. В формуле (5.9) предполагается, что величина r равна безрисковой процентной ставке в США, а r_f равна иностранной безрисковой процентной ставке.

Таблица 5.4. Биржевые котировки валютных фьючерсов 26 мая 2010 года

	Открытие	Максимум	Минимум	Расчет	Изменение	Объем	Открытая позиция
Австралийский доллар, 100 000 долл., доллар США за австралийский доллар (CME Group)							
июнь 2010	0,8266	0,8373	0,8171	0,8236	0,0062	146 968	101 448
сент. 2010	0,8165	0,8285	0,8090	0,8152	0,0059	860	4 650
Британский фунт, 62 500 фунтов, доллар США за британский фунт (CME Group)							
июнь 2010	1,4429	1,4446	1,4330	1,4411	0,0046	105 256	140 369
сент. 2010	1,4432	1,4450	1,4339	1,4416	0,0044	1 448	10 811
Канадский доллар, 100 000 долл., доллар США за канадский доллар (CME Group)							
июнь 2010	0,9384	0,9452	0,9305	0,9393	0,0097	126 564	111 697
сент. 2010	0,9378	0,9449	0,9309	0,9392	0,0094	2 264	8 647
Евро, 125 000 евро, доллар США за евро (CME Group)							
июнь 2010	1,2371	1,2380	1,2170	1,2201	−0,0117	400 948	267 552
сент. 2010	1,2388	1,2388	1,2186	1,2216	−0,0118	4 702	13 939
Японская иена, 12 500 000 иен, доллар США за 100 иен (CME Group)							
июнь 2010	1,1073	1,1136	1,1031	1,1108	0,0009	172 240	135 113
сент. 2010	1,1100	1,1156	1,1053	1,1129	0,0005	2 098	5 506
Мексиканское песо, 500 000 песо, доллар США за 10 песо (CME Group)							
июнь 2010	0,76800	0,77175	0,76000	0,76375	0,00225	37 776	84 207
сент. 2010	0,76375	0,76375	0,75275	0,75625	0,00225	107	727
Швейцарские франки, 125 000 франков, доллар США за франк (CME Group)							
июнь 2010	0,8661	0,8688	0,8613	0,8629	−0,0012	68 960	46 212
сент. 2010	0,8693	0,8713	0,8644	0,8657	−0,0017	1 817	1 938

По состоянию на 26 мая 2010 года процентные ставки инвестиций, сделанных в японских иенах, британских фунтах, швейцарских франках и евро, были ниже, чем процентная ставка инвестиций, сделанных в долларах США. Это соответствует ситуации, когда $r > r_f$, и объясняет, почему фьючерсные курсы этих валют, указанные в табл. 5.4, возрастают по мере увеличения срока контракта. В Австралии, Канаде и Мексике процентные ставки были выше, чем в США. Это соответствует ситуации, когда $r_f > r$, и объясняет, почему фьючерсные курсы этих валют падают по мере увеличения срока контракта.

ПРИМЕР 5.7

Фьючерсный курс австралийского доллара на сентябрь, указанный в табл. 5.4, примерно на 1,0% ниже, чем фьючерсный курс на июнь. Это означает, что по мере приближения сроков исполнения контракта фьючерсные цены возрастают примерно на 4% в год. Из уравнения (5.9) следует, что эта оценка является величиной, на которую 26 мая 2010 года краткосрочные австралийские процентные ставки LIBOR превышали краткосрочные американские процентные ставки LIBOR.

Иностранная валюта как актив с известной доходностью

Обратите внимание на то, что если заменить величину q на величину r_f, формула (5.9) становится идентичной формуле (5.3). Иностранную валюту можно считать инвестиционным активом, имеющим известную доходность. Эта доходность равна безрисковой процентной ставке инвестиций, сделанных в иностранной валюте.

Чтобы понять это, отметим, что величина дохода, выплачиваемого в иностранной валюте, зависит от курса иностранной валюты. Предположим, что однолетняя процентная ставка инвестиций, сделанных в фунтах стерлингов, равна 5% годовых. Американскому инвестору британский фунт за год принесет 5% своей стоимости. Иначе говоря, доходность этого актива равна 5% годовых.

5.11. ТОВАРНЫЕ ФЬЮЧЕРСЫ

Перейдем к анализу товарных фьючерсов. Для начала рассмотрим влияние стоимости хранения на фьючерсные цены товаров, играющих роль инвестиционных активов, например золота и серебра[6].

Стоимость хранения

Как показано во врезке “Пример из деловой практики 3.1”, стратегии хеджирования, которые применяют золотодобывающие компании, поощряют инвестицион-

[6] Напомним, что актив считается инвестиционным не только тогда, когда он используется исключительно для инвестиционных целей. Единственное, что для этого требуется, — чтобы некоторые лица использовали его для инвестиций и были готовы его продать, заключив форвардные контракты, когда это станет выгодным. Это объясняет, почему серебро, несмотря на его широкое применение в промышленности, представляет собой инвестиционный актив.

ные банки прибегать к заимствованию золота. Владельцы золота, например центральные банки, получают *плату за аренду золота* (gold lease rate). Это же относится и к серебру. Следовательно, золото и серебро приносят их владельцам доход. Кроме того, как и для других товаров, хранение золота и серебра связано с определенными затратами.

Из формулы (5.1) следует, что при нулевой стоимости хранения форвардная цена товара, т.е. инвестиционного актива, задается следующей функцией:

$$F_0 = S_0 e^{rT}. \tag{5.10}$$

Стоимость хранения можно отнести к затратам. Если U — текущая стоимость всех затрат, связанных с хранением товара на протяжении всего срока действия контракта, то из формулы (5.2) следует, что

$$F_0 = (S_0 + U)e^{rT}. \tag{5.11}$$

ПРИМЕР 5.8

Рассмотрим однолетний фьючерсный контракт на инвестиционный актив, не приносящий дохода. Предположим, что хранение актива стоит два доллара за унцию, причем плата вносится в конце года. Допустим, что цена спот равна 450 долл. и безрисковая процентная ставка равна 7% годовых. Это соответствует следующим величинам: $r = 0{,}07$, $S_0 = 450$, $T = 1$ и

$$U = 2e^{-0{,}07\times 1} = 1{,}865.$$

Из формулы (5.11) следует, что теоретическая фьючерсная цена F_0 равна

$$F_0 = (450 + 1{,}865)e^{0{,}07\times 1} = 484{,}63 \text{ долл.}$$

Если реальная фьючерсная цена больше 484,63, арбитражер может зафиксировать прибыль, купив актив и заключив однолетние фьючерсные контракты на его продажу. Если реальная фьючерсная цена меньше 484,63, инвестор, владеющий активом, может повысить прибыль, продав актив и заключив однолетние фьючерсные контракты на его покупку.

Если затраты на хранение в любой момент времени пропорциональны стоимости товара, их можно считать отрицательной доходностью. В данном случае из формулы (5.3) следует, что

$$F_0 = S_0 e^{(r+u)T}, \tag{5.12}$$

где u — годовая стоимость хранения, пропорциональная цене спот.

Потребительские товары

Товары, представляющие собой потребительские, а не инвестиционные активы, обычно не приносят дохода, но могут требовать значительных затрат на хранение.

Рассмотрим арбитражные стратегии, которые используются для вычисления фьючерсных цен на товары на основе их спот-цен. [7] Предположим, что равенство (5.11) не выполняется и справедливым является неравенство

$$F_0 > (S_0 + U)e^{rT}. \quad (5.13)$$

Чтобы воспользоваться этой возможностью, арбитражер может применить следующую стратегию.

1. Взять в долг $S_0 + U$ долл. под безрисковую процентную ставку и купить на них одну единицу товара, оплатив стоимость его хранения.
2. Заключить форвардный контракт на продажу единицы товара.

Если представить фьючерсный контракт как форвардный, эта стратегия приведет через период времени T к получению прибыли, равной $F_0 - (S_0 + U)e^{rT}$. Эту стратегию можно без труда реализовать для любого товара. Однако если арбитражер поступит так, цена S_0 станет расти, а цена F_0 — падать, пока неравенство (5.13) не поменяет знак. Следовательно, неравенство (5.13) не может выполняться сколь угодно долго.

Предположим далее, что

$$F_0 < (S_0 + U)e^{rT}. \quad (5.14)$$

Многие виды инвестиционных активов, например золото или серебро, инвесторы, как правило, используют исключительно для инвестирования. Если выполняется неравенство (5.14), то арбитражер может реализовать следующую стратегию.

1. Продать товар, компенсировать стоимость хранения и инвестировать прибыль под безрисковую процентную ставку.
2. Заключить форвардный контракт на покупку.

В результате в момент истечения срока контракта инвестор без всякого риска получит прибыль, которая на $(S_0 + U)e^{rT} - F_0$ превышает прибыль, полученную инвестором, просто хранящим товар. Следовательно, неравенство (5.14) не может выполняться сколь угодно долго. Итак, поскольку неравенства (5.13) и (5.14) не могут выполняться долгое время, приходим к выводу, что $F_0 = (S_0 + U)e^{rT}$.

Для товаров, которые не используются для инвестиций, эти рассуждения становятся необоснованными. Лица и компании, хранящие товары на складах, делают это из-за их потребительской ценности, а не инвестиционной привлекательности. Они неохотно продают товар и избегают покупать форвардные контракты, поскольку форвардные контракты нельзя израсходовать. Следовательно, нет никаких факторов, препятствующих неравенству (5.14). Таким образом, для потребительских товаров можно утверждать лишь, что

$$F_0 \le (S_0 + U)e^{rT}. \quad (5.15)$$

[7] Спот-цена некоторых товаров зависит от места поставки. Будем считать, что для покупок с немедленной поставкой и для фьючерсных сделок места доставки одинаковы.

Если стоимость хранения прямо пропорциональна цене спот, выполняется неравенство

$$F_0 \leq S_0 e^{(r+u)T}. \tag{5.16}$$

Удобная доходность

Неравенства (5.15) и (5.16) возможны из-за того, что владельцы потребительских товаров могут считать, будто физическое владение товаром более выгодно, чем заключение фьючерсных контрактов. Например, хозяин нефтеочистительного завода вряд ли рассматривает фьючерсные контракты на сырую нефть эквивалентом сырой нефти, закачанной в хранилище. Сырая нефть, хранящаяся в резервуарах, может быть использована для дальнейшей переработки, а фьючерсный контракт — нет. В общем, владение физическим активом позволяет промышленникам поддерживать производственный процесс, извлекая прибыль в условиях дефицита. Фьючерсные контракты эту возможность не обеспечивают. Выгода, полученная от владения физическими активами, иногда называется *удобной доходностью* (convenience yield), обеспеченной товаром. Если стоимость хранения U известна, то удобная доходность y выражается следующей формулой:

$$F_0 e^{yT} = (S_0 + U)e^{rT}.$$

Если стоимость хранения единицы товара u прямо пропорциональна его стоимости спот, удобную доходность y можно определить по формуле

$$F_0 e^{yT} = S_0 e^{(r+u)T},$$

т.е.

$$F_0 = S_0 e^{(r+u-y)T}. \tag{5.17}$$

Удобная доходность определяет величину, на которую левые части неравенств (5.15) или (5.16) меньше правых. Для инвестиционных активов удобная доходность должна быть равной нулю, иначе возникают арбитражные возможности. На рис. 2.2 (см. главу 2) показано, что по состоянию на 26 мая 2010 года фьючерсные цены на соевые бобы имели тенденцию к снижению при увеличении срока действия контракта с июля до ноября 2010 года. Это означает, что для этих товаров удобная доходность y больше, чем величина $r + u$.

Удобная доходность отражает рыночные ожидания, связанные с будущей доступностью товара. Чем выше вероятность дефицита, тем выше удобная доходность. Если владельцы товаров имеют крупные запасы, вероятность дефицита в ближайшем будущем невелика и выгодная доходность снижается. С другой стороны, низкие запасы повышают выгодную доходность.

5.12. ЧИСТАЯ СТОИМОСТЬ ФИНАНСИРОВАНИЯ

Зависимость между фьючерсными ценами и ценами спот можно выразить через *чистую стоимость финансирования* (cost of carry). Эта величина равна затратам на хранение актива плюс проценты за привлекаемые финансовые ресурсы для покупки актива минус доход. Для акции, не предусматривающей выплаты дивидендов, чистая стоимость финансирования равна r, поскольку в этом случае затраты на хранение и доход равны нулю. Для фондового индекса эта величина равна $r - q$, поскольку доход равен q. Для валюты эта величина равна $r - r_f$. Для товаров, у которых затраты на хранение составляют долю u в цене товара, чистая стоимость финансирования равна $r + u$ и т.д.

Обозначим чистую стоимость финансирования через c. Для инвестиционного актива фьючерсная цена равна

$$F_0 = S_0 e^{cT}. \tag{5.18}$$

Для потребительского актива она равна

$$F_0 = S_0 e^{(c-y)T}, \tag{5.19}$$

где y — удобная доходность.

5.13. ВАРИАНТЫ ПОСТАВКИ

В то время как форвардный контракт, как правило, устанавливает конкретный день поставки, фьючерсный контракт часто позволяет стороне, занимающей короткую позицию, выбрать для поставки любой день в течение определенного срока. (Обычно для выражения намерения осуществить поставку эта сторона имеет несколько дней.) Это несколько затрудняет вычисление фьючерсных цен. Что если срок контракта будет выполнен в начале, середине или в конце периода поставки? Несмотря на то что большинство фьючерсных контрактов закрывается непосредственно перед истечением срока их действия, для того чтобы вычислить теоретическую фьючерсную цену, важно знать возможный момент поставки.

Если фьючерсная цена растет по мере увеличения срока действия контракта, из формулы (5.19) следует, что $c > y$, поэтому выгоды от владения активом (включая удобную доходность и чистые затраты на хранение) меньше безрисковой процентной инвестиционной ставки. В таких ситуациях стороне, занимающей короткую позицию, лучше всего осуществить поставку как можно раньше, поскольку процент, заработанный за счет наличных инвестиций, перевешивает выгоды от владения активом. Как правило, фьючерсные цены в таких ситуациях должны вычисляться исходя из условия, что поставка будет осуществлена в начале периода поставки. Если фьючерсная цена уменьшается по мере увеличения срока действия контракта (т.е. $c < y$), справедливо обратное утверждение. В таких ситуациях стороне, занимающей короткую позицию, лучше всего осуществить поставку как можно позже, и фьючерсную цену следует рассчитывать исходя из этого.

5.14. ФЬЮЧЕРСНЫЕ ЦЕНЫ И ОЖИДАЕМЫЕ БУДУЩИЕ СПОТ-ЦЕНЫ

Усредненный прогноз цены актива, сделанный участниками рынка на определенный момент времени, называется *ожидаемой будущей спот-ценой* (expected future price). Предположим, сейчас июнь, а фьючерсная цена кукурузы с поставкой в сентябре равна 350 центов. Возникает вопрос: какова ожидаемая будущая цена кукурузы в сентябре? Она равна 350 центам, больше этой величины или меньше? Как показано на рис. 2.1, к моменту истечения срока контракта фьючерсная цена сходится к цене спот. Если бы ожидаемая цена спот была меньше 350 центов, то сентябрьская фьючерсная цена должна была бы снизиться, и трейдеры, занимающие короткие позиции, получили бы прибыль, а трейдеры, занимающие длинные позиции, понесли бы убытки. Если же ожидаемая цена спот была бы больше 350 центов, то сложилась бы противоположная ситуация: сентябрьская фьючерсная цена должна была бы снизиться, и трейдеры, занимающие короткие позиции, понесли бы убытки, а трейдеры, занимающие длинные позиции, получили бы прибыль.

Кейнс и Хикс

По мнению экономистов Джона Мейнарда Кейнса (John Maynard Keyns) и Джона Хикса (John Hicks), если хеджеры стремятся занять короткие позиции, а спекулянты — длинные, то фьючерсная цена актива будет меньше ожидаемой в будущем спот-цены[8]. Это происходит потому, что спекулянты требуют компенсации за риск, которому они подвергаются. Они заключают сделки только в тех случаях, когда в среднем ожидают выигрыша. В этой ситуации хеджеры в среднем несут убытки, но они согласны на это, поскольку фьючерсные контракты снижают их риски. Если же хеджеры стремятся занять длинные позиции, а спекулянты — короткие, то фьючерсная цена, по мнению Кейнса и Хикса, будет больше ожидаемой в будущем цены спот по тем же самым причинам.

Риск и доходность

Современная точка зрения на взаимосвязи между фьючерсными ценами и ожидаемыми будущими спот-ценами основана на зависимости между риском и ожидаемой доходностью. В целом, чем выше риск, связанный с инвестицией, тем выше ожидаемая инвестором доходность. Модель оценивания капитальных активов, описанная в приложении к главе 3, показывает, что в экономике существуют два типа рисков: систематический и несистематический. Несистематический риск не должен волновать инвестора. Его можно практически полностью исключить, диверсифицировав портфель инвестиций. Следовательно, инвестор не должен требовать более высокой ожидаемой доходности за счет несистематического риска. И наоборот, систематический риск невозможно исключить. Он возникает в результате корреляции между доходностью от инвестиций и рыночной доходностью в целом. Как правило, если величина систематического риска положительна, инвесторы требуют доходности, которая превышает безрисковую процентную ставку. Если же величина систематического риска отрицательна, инвесторы согласны смириться с доходностью, не превышающей безрисковую процентную ставку.

[8] См.: *Keins J.M.*, A Treatise on Money. London: Macmillan, 1930; и *Hicks J.R.* Value and Capital. Oxford: Clarendon Press, 1939.

Риск, связанный с фьючерсной позицией

Представим себе спекулянта, занимающего длинную фьючерсную позицию в надежде, что цена спот в момент истечения срока контракта T будет выше фьючерсной. Предположим, что спекулянт оценивает текущую стоимость фьючерсной цены на основании безрисковой процентной ставки. Предположим также, что фьючерсный контракт можно считать форвардным. В момент поставки выручка, полученная от безрисковой инвестиции, используется для покупки актива. Затем этот актив немедленно продается по рыночной цене. Денежные потоки спекулянта имеют следующий вид:

настоящее время: $-F_0e^{-rT}$;

конец фьючерсного контракта: $+S_T$,

где F_0 — текущая фьючерсная цена; S_T — цена актива в момент T, т.е в конце срока действия фьючерсного контракта; r — безрисковая доходность средств, инвестированных на время T.

Как оценить эту инвестицию? Для вычисления величины денежного потока, ожидаемой в момент T, следует применить дисконтную ставку, равную доходности, требуемой инвестором от этой инвестиции. Текущая цена инвестиции равна

$$-F_0e^{-rT} + E(S_T)\, e^{-kT},$$

где k — учетная ставка, принятая для инвестиции (т.е. ожидаемая доходность, которую инвестор требует от своей инвестиции); $E(S_T)$ — ожидаемая стоимость актива в момент T. Предположим, что все инвестиции на фондовых рынка оценены таким образом, что их чистая текущая стоимость равна нулю:

$$-F_0e^{-rT} + E(S_T)\, e^{-kT} = 0,$$

или

$$F_0 = E(S_T)e^{(r-k)T} = 0. \qquad (5.20)$$

Как мы отметили выше, доходность, требуемая инвестором от капиталовложения, зависит от величины систематического риска. Рассматриваемая нами инвестиция, по существу, представляет собой капиталовложение в активы, лежащие в основе фьючерсного контракта. Если величины доходности от этого актива не коррелируют с фондовым рынком, то в качестве дисконтной следует использовать безрисковую ставку, так, что $k = r$. В таком случае формула (5.20) принимает следующий вид:

$$F_0 = E(S_T).$$

Это означает, что фьючерсная цена является объективной оценкой ожидаемой будущей цены спот при условии, что доходность базового актива не коррелирует с доходностью фондового рынка.

Если корреляция доходности актива с доходностью фондового рынка является положительной, то $k > r$ и из формулы (5.20) следует, что $F_0 < E(S_T)$. Это значит, что актив, лежащий в основе фьючерсного контракта, обладает положительным систематическим риском. В этом случае следует ожидать, что фьючерсная цена будет ниже ожидаемой будущей цены спот. Примерами активов с положительным систематическим риском, являются фондовые индексы. Доходность, ожидаемая инвесторами от акций, по которым рассчитывается индекс, как правило, больше, чем безрисковая процентная ставка r. Дивиденды обеспечивают доходность, равную q. Таким образом, ожидаемый рост индекса должен быть больше $r - q$. Следовательно, формула (5.8) согласуется с утверждением, что фьючерсная цена не превышает ожидаемую цену фондового индекса.

И наконец, если корреляция доходности актива с уровнем фондового рынка является отрицательной, то $k < r$ и из формулы (5.20) следует, что $F_0 > E(S_T)$. Это значит, что актив, лежащий в основе фьючерсного контракта, обладает отрицательным систематическим риском. В этом случае следует ожидать, что фьючерсная цена будет выше ожидаемой будущей цены спот.

Результаты подытожены в табл. 5.5.

Таблица 5.5. Взаимозависимости между фьючерсной ценой и ожидаемой будущей ценой спот

Актив	Зависимость ожидаемой доходности актива k от безрисковой ставки r	Зависимость фьючерсной цены F от ожидаемой будущей спот-цены $E(S_T)$
Не имеет систематического риска	$k = r$	$F_0 = E(S_T)$
Положительный систематический риск	$k > r$	$F_0 < E(S_T)$
Отрицательный систематический риск	$k < r$	$F_0 > E(S_T)$

Нормальный депорт и контанго

Ситуация, в которой фьючерсная цена ниже ожидаемой будущей цены спот, называется *нормальным депортом* (normal backwardation). Если фьючерсная цена выше ожидаемой будущей цены спот, ситуация называется *контанго* (contango). Следует, однако, подчеркнуть, что иногда эти термины описывают ситуацию, в которой фьючерсные цены не превышают или превышают текущую цену спот, а не ожидаемую будущую цену спот.

РЕЗЮМЕ

В большинстве случаев можно считать, что фьючерсная цена контракта с определенной датой поставки совпадает с форвардной ценой контракта с той же датой поставки. Теоретически, если инвестор может с высокой точностью предсказать изменения процентных ставок, эти цены должны быть эквивалентными.

Для анализа фьючерсных (или форвардных) цен удобно разделить фьючерсные контракты на две категории: те, в которых значительное количество собственников владеют активами с целью инвестирования, и те, в которых базовый актив используется для потребления.

Для инвестиционных активов рассмотрены три ситуации.

1. Актив не приносит дохода.
2. Актив приносит известный доход.
3. Актив обеспечивает известную доходность.

Результаты приведены в табл. 5.6. Они позволяют определить фьючерсные цены для контрактов на фондовые индексы, иностранную валюту, золото и серебро. Затраты на хранение можно отнести к издержкам.

Таблица 5.6. Результаты анализа контрактов, срок действия которых равен *T*, цена инвестиционного актива равна S_0, а безрисковая процентная инвестиционная ставка за период времени *T* равна *r*

Актив	Форвардная/фьючерсная цена	Стоимость контракта с ценой поставки K
Не приносит дохода	S_0e^{rT}	$S_0 - Ke^{-rT}$
Приносит известный доход с текущей стоимостью I	$(S_0 - I)e^{rT}$	$S_0 - I - Ke^{-rT}$
Имеет известную доходность q	$S_0e^{(r-q)T}$	$S_0e^{-qT} - Ke^{-rT}$

Фьючерсные цены потребительских активов невозможно представить в виде функции, зависящей от цены спот и других измеримых показателей. В этой ситуации становится важным параметр, получивший название “удобная доходность”. Он определяет диапазон цен, при которых инвестор полагает, что физическое владение активом является более выгодным, чем владение фьючерсными контрактами. Эта выгода может возникнуть как в результате кратковременного дефицита, так и в результате возможности поддерживать производственный процесс. Арбитражные аргументы позволяют определить верхнюю границу фьючерсной цены товара, но не дают возможности доказать равенство фьючерсной цены и цены спот.

В некоторых ситуациях полезной оказывается концепция чистой стоимости финансирования. Эта величина равна затратам на хранение актива плюс стоимость финансирования актива минус доход. Фьючерсная цена инвестиционного актива превышает цену спот на величину, равную стоимости чистого финансирования. Фьючерсная цена потребительского актива превышает цену спот на величину, равную стоимости чистого финансирования удобной доходности.

Если предположить, что модель оценки капитальных активов верна, то зависимость между фьючерсной ценой и ожидаемой будущей ценой спот зависит от знака корреляции между доходностью от владения активом и доходностью, которую можно получить на фондовом рынке. При положительной корреляции фьючерсная цена становится ниже ожидаемой будущей спот-цены, а при отрицательной корреляции — выше. Только при отсутствии корреляции теоретическая фьючерсная цена равна ожидаемой будущей спот-цене.

ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА

Cox J. C., Ingersoll J. E. and Ross S.A. The Relation between Forward Prices and Futures Prices // Journal of Financial Economics, 9 (December 1981). — P. 321–346.

Ghon R. S. and Chang R. P. Intra-day Arbitrage in Foreign Exchange and Eurocurrency Markets // Journal of Finance, 47, 1 (1991). — P. 363–380.

Jarrow R. A. and Oldfield G. S. Forward Contracts and Futures Contracts // Journal of Financial Economics, 9 (December 1981). — P. 373–382.

Kane E. J. Market Incompleteness and Divergences between Forward and Futures Interest Rates // Journal of Finance, 35 (May 1980). — P. 221–234.

Pindyck R. S. Inventories and the Short-Run Dynamics of Commodity Prices // Rand Journal of Economics, 25, 1 (1994). — P. 141–159.

Richard S. and Sundaresan M. A Continuous–Time Model of Forward and Futures Prices in a Multigood Economy // Journal of Financial Economics, 9 (December 1891). — P. 347–372.

Routledge B. R., Seppi D. J. and Spatt C. S. Equilibrium Forward Curves for Commodities // Journal of Finance, 55, 3 (2000). — P. 1297–1338.

ВОПРОСЫ И ЗАДАЧИ

5.1. Что произойдет, если инвестор продаст акцию без покрытия?

5.2. В чем заключается разница между форвардной ценой и стоимостью форвардного контракта?

5.3. Предположим, вы заключили шестимесячный форвардный контракт на акцию, не предусматривающую выплаты дивидендов, а безрисковая процентная ставка (с непрерывным начислением) равна 12% в год. Чему равна форвардная цена?

5.4. Некий фондовый индекс равен 350. Безрисковая процентная ставка равна 8% годовых (с непрерывным начислением), а доходность индекса — 4% годовых. Какой должна быть фьючерсная цена по четырехмесячному контракту?

5.5. Объясните подробно, почему фьючерсную цену золота можно вычислить по его цене спот и другим измеримым показателям, а фьючерсную цену меди — нет?

5.6. Подробно объясните смысл терминов *удобная доходность* и *чистая стоимость финансирования*. Какая связь существует между фьючерсной ценой, ценой спот, удобной доходностью и чистой стоимостью финансирования?

5.7. Почему иностранную валюту можно считать активом с известной доходностью?

5.8. Можно ли утверждать, что фьючерсная цена фондового индекса отличается от ожидаемой стоимости этого индекса? Аргументируйте свой ответ.

5.9. Однолетний форвардный контракт на покупку акции, не предусматривающей выплаты дивидендов, заключен в тот момент, когда цена акции была равна 40 долл., а безрисковая процентная ставка была равна 10% годовых при непрерывном начислении.

1. Вычислите форвардную цену и начальную стоимость этого форвардного контракта.
2. Шесть месяцев спустя цена акции поднялась до 45 долл., а безрисковая процентная ставка осталась на уровне 10%. Вычислите форвардную цену и стоимость этого форвардного контракта.

5.10. Безрисковая процентная ставка равна 7% годовых с непрерывным начислением, а доходность фондового индекса равна 3,2% годовых. Текущая величина индекса равна 150. Вычислите шестимесячную фьючерсную цену.

5.11. Предположим, безрисковая процентная ставка равна 9% годовых с непрерывным начислением, а доходность фондового индекса в течение года изменяется. В феврале, мае, августе и ноябре дивиденды выплачиваются на уровне 5% годовых, а в другие месяцы — на уровне 2% годовых. Предположим, текущая величина индекса 31 июля была равной 300. Вычислите фьючерсную цену по контракту с поставкой 31 декабря.

5.12. Предположим, безрисковая процентная ставка равна 10% годовых с непрерывным начислением, а доходность фондового индекса — 4% годовых. Текущая величина индекса равна 400, а фьючерсная цена по контракту с поставкой через четыре месяца равна 405. Какие арбитражные возможности открываются в этой ситуации?

5.13. Используя данные, приведенные в табл. 5.4, оцените разницу между кратковременными процентными ставками в Мексике и США 26 мая 2010 года.

5.14. Двухмесячные процентные ставки в Швейцарии и США равны 3 и 8% годовых с непрерывным начислением соответственно. Спот-курс франка равен 0,8000 долл. Фьючерсная цена франка по контракту с поставкой через два месяца равна 0,8100 долл. Какие арбитражные возможности открываются в этой ситуации?

5.15. Текущая цена серебра равна 15 долл. за унцию. Стоимость хранения серебра на протяжении года равна 0,24 долл. за унцию и оплачивается ежеквартально. Считая, что процентные инвестиционные ставки по всем товарам равны 10%, вычислите фьючерсную цену золота с поставкой через девять месяцев.

5.16. Предположим, F_1 и F_2 — это фьючерсные цены по контрактам на поставку одного и того же товара с датами закрытия t_1 и t_2, где $t_2 > t_1$. Докажите, что

$$F_2 \le F_1 e^{r(t_2 - t_1)},$$

где r — постоянная процентная ставка, а стоимость хранения равна нулю. Будем считать, что фьючерсный контракт не отличается от форвардного.

5.17. Если компания хеджирует свои будущие денежные поступления, сумма которых известна, используя форвардный контракт, риск, связанный с изменением валютного курса, отсутствует. Если же компания выполняет хеджирование с помощью фьючерсного контракта, процедура переоценки активов порождает определенный риск. Объясните природу этого риска. В частности, укажите, какой контракт должна выбрать компания — форвардный или фьючерсный — в следующих ситуациях.

1. Курс иностранной валюты на протяжении срока действия контракта резко падает.
2. Курс иностранной валюты на протяжении срока действия контракта резко возрастает.
3. Курс иностранной валюты на протяжении срока действия контракта возрастает, а затем возвращается к начальному значению.
4. Курс иностранной валюты на протяжении срока действия контракта падает, а затем возвращается к начальному значению.

Будем считать, что форвардная цена эквивалентна фьючерсной.

5.18. Иногда утверждают, что форвардный валютный курс является объективной оценкой будущего курса. При каких условиях это утверждение справедливо?

5.19. Докажите, что скорость роста фондового индекса равна дополнительному доходу, полученному по этому индексу сверх безрисковой процентной ставки. Будем считать, что безрисковая процентная ставка и доходность индекса постоянны.

5.20. Докажите, что формула (5.3) справедлива, проанализировав сочетание инвестиции в активы и короткой позиции по фьючерсному контракту. Допустим, весь доход от актива реинвестируется в тот же актив. Воспользуйтесь рассуждениями, приведенными в сносках 2 и 4, и подробно объясните, какие действия должен предпринять арбитражер, если равенство (5.3) не выполняется.

5.21. Объясните смысл ожидаемой цены на товар в конкретный день в будущем. Допустим, что фьючерсная цена на сырую нефть снижается по мере увеличения срока действия контракта при ставке, равной 2% годовых. Предположим, что спекулянт планирует заключить фьючерсный контракт на продажу сырой нефти, а хеджер планирует заключить фьючерсный контракт на покупку сырой нефти. Какую ожидаемую фьючерсную цену сырой нефти могли бы предсказать сторонники теорий Кейнса и Хикса?

5.22. Индекс *Value Line* разработан для того, чтобы отражать изменение стоимости инвестиционного портфеля, в который входят одинаково взвешенные акции более 1 600 компаний. До 9 марта 1988 года изменение этого индекса вычислялось как *геометрическое* среднее изменений цен акций, лежащих в основе индекса. Правильно ли в этих условиях формула (5.8) выражает зависимость фьючерсной цены индекса от его цены спот? Если нет, укажите, переоценивает эта формула фьючерсную цену или недооценивает?

5.23. Некая американская компания интересуется фьючерсными контрактами, заключаемыми на бирже *CME* для хеджирования риска, связанного с курсом австралийского доллара. Обозначим через r процентную ставку (по всем срокам) на американский доллар, а через r_f — процентную ставку (по всем срокам) на австралийский доллар. Предположим, что r и r_f — константы, и компания использует для хеджирования рисков, возникающих в момент t, фьючерсные контракты, срок которых истекает в момент T ($T > t$).

1. Докажите, что оптимальный коэффициент хеджирования равен $e^{(r_f - r)(T-t)}$.
2. Покажите, что если величина t равна одному дню, оптимальный коэффициент хеджирования почти равен величине S_0/F_0, где S_0 — текущий спот-курс валюты, а F_0 — текущий фьючерсный курс, принятый в контракте, срок которого истекает в момент T.
3. Покажите, что компания может учесть ежедневные расчеты по фьючерсным контрактам, используемым для хеджирования, срок действия которых длится больше одного дня, выбрав коэффициент хеджирования так, чтобы он был равен спот-курсу валюты, деленному на ее фьючерсный курс.

УПРАЖНЕНИЯ

5.24. Индекс равен 1 200. Трехмесячная безрисковая процентная ставка равна 3% годовых, а дивидендная доходность в течение следующих трех месяцев составит 1,2% годовых. Шестимесячная процентная ставка равна 3,5% годовых, а дивидендная доходность в течение следующих шести месяцев составит 1% годовых. Оцените фьючерсную цену индекса по трехмесячному и шестимесячному контракту. Все процентные ставки и дивидендные доходности начисляются непрерывно.

5.25. Текущий обменный курс доллара США равен 1,4000 долл. за евро. Шестимесячный форвардный обменный курс равен 1,3950. Шестимесячная процентная ставка в США равна 1% годовых при непрерывном начислении. Оцените шестимесячную процентную ставку по евро.

5.26. Цена спот на нефть составляет 80 долл. за баррель, а стоимость хранения барреля нефти в течение года равна 3 долл. и выплачивается в конце года. Безрисковая процентная ставка равна 5% годовых при непрерывном начислении. Какова верхняя граница однолетней фьючерсной цены на нефть?

5.27. Дивиденды по акции некоей компании равны одному доллару и выплачиваются через два и пять месяцев. Цена акции равна 50 долл., а безрисковая процентная ставка по всем товарам равна 8% годовых с непрерывным начислением. Инвестор только что занял короткую позицию по шестимесячному форвардному контракту на акцию этой компании.

1. Вычислите форвардную цену и начальную стоимость этого форвардного контракта.
2. Три месяца спустя цена акции выросла до 48 долл., а безрисковая процентная ставка осталась на уровне 8% годовых. Вычислите форвардную цену и стоимость короткой позиции по этому форвардному контракту.

5.28. Банк предлагает своему корпоративному клиенту выбор между займом наличных под 11% годовых и займом золота под 2% годовых. (Если клиент берет в долг золото, проценты также выплачиваются золотом. Следовательно, взяв в долг 100 унций, должник должен через год вернуть 102 унции золота.) Безрисковая процентная ставка равна 9,25% годовых, а стоимость его хранения — 0,5% годовых. Не слишком ли резко отличается процентная ставка золотого займа от процентной ставки наличного займа? Процентные ставки по обоим займам начисляются ежегодно. Безрисковая процентная ставка и затраты на хранение вычисляются непрерывно.

5.29. Компания, не знающая, в какой именно день она должна выплатить или получить сумму в иностранной валюте, может попытаться заключить с банком форвардный контракт, в котором указан период поставки. Компания желает зарезервировать за собой право выбора точной даты поставки, чтобы согласовать его со своими денежными поступлениями. Поставьте себя на место менеджера банка. Какую цену вы установили бы за договор, который хочет заключить клиент?

5.30. Часть портфеля долгосрочных инвестиций трейдера составляет золото. Трейдер может купить золото по 1 250 долл. за унцию и продать его по 1 249 долл. за унцию. Трейдер может сделать заем по ставке 6% в год и инвестировать средства по ставке 5,5% в год (обе процентные ставки начисляются ежегодно). Для какого диапазона однолетних форвардных цен на золото трейдер не имеет арбитражных возможностей? Будем считать, что спрэд спроса и предложения на основе форвардной цены равен нулю.

5.31. Некая компания заключает форвардный контракт с банком на продажу иностранной валюты по курсу K_1 в момент T_1. Валютный курс в момент T_1 оказался равен S_1 ($>K_1$). Компания попросила банк продлить форвардный контракт до момента T_2 ($>T_1$). Банк согласился, но предложил новый валютный курс K_2. Как вычислить этот курс?