

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	14
Введение	16
Благодарности	17
ГЛАВА 1. ВВЕДЕНИЕ	19
1.1. Система обозначений	19
1.2. Система команд и модель оценки времени выполнения команд	23
Время выполнения	28
Упражнения	30
ГЛАВА 2. ОСНОВЫ	31
2.1. Манипуляции младшими битами	31
Расширенные законы де Моргана	33
Проверка выполнимости справа налево	33
Новое применение	35
2.2. Сложение и логические операции	36
2.3. Неравенства с логическими и арифметическими выражениями	38
2.4. Абсолютное значение	39
2.5. Среднее двух целых	39
2.6. Распространение знака	40
2.7. Знаковый сдвиг вправо на основе беззнакового сдвига	40
2.8. Функция sign	41
2.9. Трехзначная функция сравнения	42
2.10. Перенос знака	42
2.11. Декодирование поля “0 означает $2^{*}n$ ”	43
2.12. Предикаты сравнения	43
Команды сравнения и бит переноса	47
Вычисление отношений	48
2.13. Обнаружение переполнения	49
Знаковое сложение и вычитание	49
Установка переполнения при знаковом сложении и вычитании	51
Беззнаковое сложение/вычитание	52
Умножение	53
Деление	55
2.14. Флаги условий после сложения, вычитания и умножения	58
2.15. Циклический сдвиг	59
2.16. Сложение/вычитание двойных слов	60
2.17. Сдвиг двойного слова	61
2.18. Сложение, вычитание и абсолютное значение многобайтовых величин	62
2.19. Функции doz, max, min	63
2.20. Обмен содержимого регистров	68
Обмен соответствующих полей регистров	68

Обмен двух полей одного регистра	69
Условный обмен	70
2.21. Выбор среди двух или более значений	70
2.22. Формула булева разложения	73
2.23. Реализация команд для всех 16 бинарных булевых операций	75
Исторические примечания	77
Упражнения	77
ГЛАВА 3. ОКРУГЛЕНИЕ К СТЕПЕНИ 2	81
3.1. Округление к кратному степени 2	81
3.2. Округление к ближайшей степени 2	82
Округление в меньшую сторону	83
Округление в большую сторону	84
3.3. Проверка пересечения границы степени 2	85
Упражнения	87
ГЛАВА 4. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ГРАНИЦЫ	89
4.1. Проверка границ целых чисел	89
4.2. Определение границ суммы и разности	92
Знаковые числа	94
4.3. Определение границ логических выражений	96
Знаковые границы	100
Упражнения	101
ГЛАВА 5. ПОДСЧЕТ БИТОВ	103
5.1. Подсчет единичных битов	103
Сумма и разность количества единичных битов в двух словах	110
Сравнение степени заполнения двух слов	111
Подсчет единичных битов в массиве	111
Применение	117
5.2. Четность	118
Вычисление четности слова	119
Добавление бита четности к 7-битовой величине	121
Применение	121
5.3. Подсчет ведущих нулевых битов	122
Методы с плавающей точкой	127
Сравнение количества ведущих нулевых битов двух слов	129
Связь с логарифмом	129
Применения	130
5.4. Подсчет завершающих нулевых битов	130
Применение	137
Упражнения	140
ГЛАВА 6. ПОИСК В СЛОВЕ	141
6.1. Поиск первого нулевого байта	141
Некоторые простые обобщения	145
Поиск значения из заданного диапазона	146
6.2. Поиск строки единичных битов заданной длины	147

6.3.	Поиск наидлиннейшей строки единичных битов	150
6.4.	Поиск кратчайшей строки единичных битов	152
	Упражнения	153
ГЛАВА 7. ПЕРЕСТАНОВКА БИТОВ И БАЙТОВ		155
7.1.	Реверс битов и байтов	155
	Обобщенный реверс битов	160
	Современные методы реверса битов	161
	Увеличение обращенного целого числа	163
7.2.	Перемешивание битов	165
7.3.	Транспонирование битовой матрицы	167
	Транспонирование битовой матрицы размером 32×32	171
7.4.	Сжатие, или Обобщенное извлечение	176
	Использование команд вставки и извлечения	181
	Сжатие влево	182
7.5.	Расширение, или Обобщенная вставка	182
7.6.	Аппаратные алгоритмы сжатия и расширения	183
	Сжатие	183
	Расширение	185
7.7.	Обобщенные перестановки	187
7.8.	Перегруппировки и преобразования индексов	191
7.9.	Алгоритм LRU	192
	Упражнения	195
ГЛАВА 8. УМНОЖЕНИЕ		197
8.1.	Умножение больших чисел	197
8.2.	Старшее слово 64-битового произведения	200
8.3.	Преобразование знакового и беззнакового произведения одно в другое	200
	Беззнаковое произведение из знакового	201
8.4.	Умножение на константы	201
	Упражнения	205
ГЛАВА 9. ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ДЕЛЕНИЕ		207
9.1.	Предварительные сведения	207
9.2.	Деление больших чисел	210
	Знаковое деление больших чисел	215
9.3.	Беззнаковое короткое деление на основе знакового	215
	Использование знакового длинного деления	215
	Использование знакового короткого деления	216
9.4.	Беззнаковое длинное деление	219
	Аппаратный алгоритм сдвига и вычитания	219
	Использование короткого деления	222
9.5.	Деление двойных слов из длинного деления	224
	Беззнаковое деление двойных слов	225
	Знаковое деление двойных слов	228
	Упражнения	229

ГЛАВА 10. ЦЕЛОЕ ДЕЛЕНИЕ НА КОНСТАНТЫ	231
10.1. Знаковое деление на известную степень 2	231
10.2. Знаковый остаток от деления на известную степень 2	232
10.3. Знаковое деление и вычисление остатка для других случаев	233
Деление на 3	233
Деление на 5	235
Деление на 7	235
10.4. Знаковое деление на делитель, не меньший 2	236
Алгоритм	238
Доказательство пригодности алгоритма	239
Доказательство корректности произведения	240
10.5. Знаковое деление на делитель, не превышающий -2	243
Для каких делителей $m(-d) \neq -m(d)$?	245
10.6. Встраивание в компилятор	246
10.7. Дополнительные вопросы	249
Единственность	249
Делители с лучшими программами	250
10.8. Беззнаковое деление	253
Беззнаковое деление на 3	253
Беззнаковое деление на 7	254
10.9. Беззнаковое деление на делитель, не меньший 1	256
Беззнаковый алгоритм	257
Доказательство пригодности беззнакового алгоритма	257
Доказательство корректности произведения в случае беззнакового деления	258
10.10. Встраивание в компилятор при беззнаковом делении	258
10.11. Дополнительные вопросы (беззнаковое деление)	260
Делители с лучшими программами (беззнаковое деление)	260
Использование знакового деления вместо беззнакового и наоборот	261
Более простой беззнаковый алгоритм	262
10.12. Применение к модульному делению и делению с округлением к меньшему значению	263
10.13. Другие похожие методы	263
10.14. Некоторые магические числа	265
10.15. Простой код на языке программирования Python	266
10.16. Точное деление на константу	266
Вычисление мультипликативного обратного по алгоритму Евклида	268
Вычисление мультипликативного обратного по методу Ньютона	271
Некоторые мультипликативные обратные	273
10.17. Проверка нулевого остатка при делении на константу	274
Беззнаковое деление	275
Знаковое деление, делитель ≥ 2	276
10.18. Методы, не использующие команды умножения со старшим словом	278
Беззнаковое деление	278
Знаковое деление	286
10.19. Получение остатка суммированием цифр	288
Беззнаковый остаток	289
Знаковый остаток	293

10.20. Получение остатка путем умножения и сдвига вправо	295
Беззнаковый остаток	295
Знаковый остаток	299
10.21. Преобразование в точное деление	301
10.22. Проверка времени выполнения	302
10.23. Аппаратная схема для деления на 3	303
Упражнения	304
ГЛАВА 11. НЕКОТОРЫЕ ЭЛЕМЕНТАРНЫЕ ФУНКЦИИ	305
11.1. Целочисленный квадратный корень	305
Метод Ньютона	305
Бинарный поиск	309
Аппаратный алгоритм	310
11.2. Целочисленный кубический корень	313
11.3. Целочисленное возведение в степень	314
Вычисление x^n бинарным разложением n	314
2^n в Fortran	315
11.4. Целочисленный логарифм	316
Целочисленный логарифм по основанию 2	317
Целочисленный логарифм по основанию 10	317
Упражнения	323
ГЛАВА 12. СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ С НЕОБЫЧНЫМИ ОСНОВАНИЯМИ	325
12.1. Основание -2	325
12.2. Основание $-1+i$	332
12.3. Другие системы счисления	335
12.4. Какое основание наиболее эффективно	335
Упражнения	336
ГЛАВА 13. КОД ГРЕЯ	337
13.1. Код Грея	337
13.2. Увеличение чисел кода Грея	339
13.3. Отрицательно-двоичный код Грея	341
13.4. Краткая история и применение	341
Упражнения	343
ГЛАВА 14. ЦИКЛИЧЕСКИЙ ИЗБЫТОЧНЫЙ КОД	345
14.1. Введение	345
Основы	345
14.1. Теория	347
14.3. Практика	349
Аппаратное обеспечение	351
Программная реализация	353
Упражнения	356
ГЛАВА 15. КОДЫ С КОРРЕКЦИЕЙ ОШИБОК	357
15.1. Введение	357
15.2. Код Хэмминга	358
Код SEC-DED	360

Минимально необходимое количество проверочных битов	362
Заключительные замечания	362
15.3. Программная реализация SEC-DED для 32 информационных битов	364
15.4. Общее рассмотрение задачи коррекции ошибок	369
Расстояние Хэмминга	370
Основная задача теории кодирования	372
Сферы	374
Упражнения	379
ГЛАВА 16. КРИВАЯ ГИЛЬБЕРТА	381
16.1. Рекурсивный алгоритм построения кривой Гильберта	383
16.2. Преобразование расстояния вдоль кривой Гильберта в координаты	385
16.3. Преобразование координат в расстояние вдоль кривой Гильберта	393
16.4. Увеличение координат кривой Гильберта	395
16.5. Нерекурсивный алгоритм генерации кривой Гильберта	398
16.6. Другие кривые, заполняющие пространство	398
16.7. Применения	399
Упражнения	400
ГЛАВА 17. ЧИСЛА С ПЛАВАЮЩЕЙ ТОЧКОЙ	401
17.1. Формат IEEE	401
17.2. Преобразование чисел с плавающей точкой в целые и обратно	404
17.3. Сравнение чисел с плавающей точкой с использованием целых операций	408
17.4. Программа приближенного вычисления обратного к квадратному корню	410
17.5. Распределение ведущих цифр	413
17.6. Таблица различных значений	415
Упражнения	417
ГЛАВА 18. ФОРМУЛЫ ДЛЯ ПРОСТЫХ ЧИСЕЛ	419
18.1. Введение	419
18.2. Формулы Вилланса	421
Первая формула	421
Вторая формула	422
Третья формула	423
Четвертая формула	424
18.3. Формула Вормелла	424
18.4. Формулы для других сложных функций	425
Упражнения	431
ОТВЕТЫ К УПРАЖНЕНИЯМ	433
Глава 1. Введение	433
Глава 2. Основы	435
Глава 3. Округление к степени 2	444
Глава 4. Арифметические границы	444
Глава 5. Подсчет битов	445
Глава 6. Поиск в слове	446
Глава 7. Перестановка битов и байтов	451
Глава 8. Умножение	453

Глава 9. Целочисленное деление	456
Глава 10. Целое деление на константы	459
Глава 11. Некоторые элементарные функции	462
Глава 12. Системы счисления с необычными основаниями	464
Глава 13. Код Грея	468
Глава 14. Циклический избыточный код	470
Глава 15. Коды с коррекцией ошибок	470
Глава 16. Кривая Гильберта	475
Глава 17. Числа с плавающей точкой	475
Глава 18. Формулы для простых чисел	478
Приложение А. АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ ДЛЯ 4-БИТОВОЙ МАШИНЫ	483
Приложение Б. МЕТОД НЬЮТОНА	487
Приложение В. ГРАФИКИ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ	489
В.1. Графики логических операций над целыми числами	489
В.2. Графики для сложения, вычитания и умножения	491
В.3. Графики функций, включающих деление	493
В.4. Графики функций сжатия, обобщенного упорядочения и циклического сдвига влево	494
В.5. Графики некоторых унарных функций	496
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	501
ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ	506