

Содержание

Предисловие	14
Как пользоваться книгой	15
Требования к уровню подготовки	15
Упражнения	16
Поддержка в World Wide Web	16
Благодарности	16
ГЛАВА 1. Автоматы: методы и понятия	17
1.1. Зачем изучается теория автоматов?	18
1.1.1. Введение в теорию конечных автоматов	18
1.1.2. Структурные представления	20
1.1.3. Автоматы и сложность	21
1.2. Введение в теорию формальных доказательств	21
1.2.1. Дедуктивные доказательства	22
1.2.2. Сведение к определениям	25
1.2.3. Другие формы теорем	27
1.2.4. Теоремы без гипотезы	30
1.3. Дополнительные схемы доказательств	30
1.3.1. Доказательства эквивалентностей, связанных с множествами	30
1.3.2. Контрапозиция	32
1.3.3. Доказательство методом “от противного”	34
1.3.4. Контрпримеры	34
1.4. Индуктивные доказательства	36
1.4.1. Индукция по целым числам	36
1.4.2. Более общие формы целочисленных индуктивных доказательств	39
1.4.3. Структурная индукция	40
1.4.4. Совместная индукция	43
1.5. Основные понятия теории автоматов	45
1.5.1. Алфавиты	46
1.5.2. Цепочки	46
1.5.3. Языки	47
1.5.4. Проблемы	48
Резюме	50
Литература	52
ГЛАВА 2. Конечные автоматы	53
2.1. Неформальное знакомство с конечными автоматами	54
2.1.1. Основные правила	54
2.1.2. Протокол	55
2.1.3. Возможность игнорирования автоматом некоторых действий	57

2.1.4. Система в целом как автомат	59
2.1.5. Проверка протокола с помощью автомата-произведения	61
2.2. Детерминированные конечные автоматы	61
2.2.1. Определение детерминированного конечного автомата	62
2.2.2. Как ДКА обрабатывает цепочки	62
2.2.3. Более простые представления ДКА	64
2.2.4. Расширение функции переходов на цепочки	65
2.2.5. Язык ДКА	68
2.2.6. Упражнения к разделу 2.2	69
2.3. Недетерминированные конечные автоматы	71
2.3.1. Неформальное описание недетерминированного конечного автомата	72
2.3.2. Определение недетерминированного конечного автомата	73
2.3.3. Расширенная функция переходов	74
2.3.4. Язык НКА	75
2.3.5. Эквивалентность детерминированных и недетерминированных конечных автоматов	77
2.3.6. Плохой случай для конструкции подмножеств	81
2.3.7. Упражнения к разделу 2.3	83
2.4. Приложение: поиск в тексте	85
2.4.1. Поиск цепочек в тексте	85
2.4.2. Недетерминированные конечные автоматы для поиска в тексте	86
2.4.3. ДКА, распознающий множество ключевых слов	87
2.4.4. Упражнения к разделу 2.4	89
2.5. Конечные автоматы с ϵ -переходами	89
2.5.1. Использование ϵ -переходов	89
2.5.2. Формальная запись ϵ -НКА	91
2.5.3. Что такое ϵ -замыкание	91
2.5.4. Расширенные переходы и языки ϵ -НКА	92
2.5.5. Устранение ϵ -переходов	94
2.5.6. Упражнения к разделу 2.5	97
Резюме	97
Литература	98

ГЛАВА 3. Регулярные выражения и языки **101**

3.1. Регулярные выражения	101
3.1.1. Операторы регулярных выражений	102
3.1.2. Построение регулярных выражений	104
3.1.3. Приоритеты регулярных операторов	106
3.1.4. Упражнения к разделу 3.1	108
3.2. Конечные автоматы и регулярные выражения	108
3.2.1. От ДКА к регулярным выражениям	109
3.2.2. Преобразование ДКА в регулярное выражение методом исключения состояний	114
3.2.3. Преобразование регулярного выражения в автомат	120
3.2.4. Упражнения к разделу 3.2	124
3.3. Применение регулярных выражений	126

3.3.1. Регулярные выражения в UNIX	126
3.3.2. Лексический анализ	128
3.3.3. Поиск образцов в тексте	130
3.3.4. Упражнения к разделу 3.3	132
3.4. Алгебраические законы для регулярных выражений	132
3.4.1. Ассоциативность и коммутативность	133
3.4.2. Единичные и нулевые элементы	134
3.4.3. Дистрибутивные законы	134
3.4.4. Закон идемпотентности	135
3.4.5. Законы, связанные с оператором итерации	136
3.4.6. Установление законов для регулярных выражений	136
3.4.7. Проверка истинности алгебраических законов для регулярных выражений	139
3.4.8. Упражнения к разделу 3.4	140
Резюме	141
Литература	142
ГЛАВА 4. Свойства регулярных языков	143
4.1. Доказательство нерегулярности языков	143
4.1.1. Лемма о накачке для регулярных языков	144
4.1.2. Применение леммы о накачке	145
4.1.3. Упражнения к разделу 4.1	147
4.2. Свойства замкнутости регулярных языков	148
4.2.1. Замкнутость регулярных языков относительно булевых операций	149
4.2.2. Обращение	154
4.2.3. Гомоморфизмы	156
4.2.4. Обратный гомоморфизм	157
4.2.5. Упражнения к разделу 4.2	163
4.3. Свойства разрешимости регулярных языков	166
4.3.1. Преобразования различных представлений языков	167
4.3.2. Проверка пустоты регулярных языков	169
4.3.3. Проверка принадлежности регулярному языку	170
4.3.4. Упражнения к разделу 4.3	171
4.4. Эквивалентность и минимизация автоматов	171
4.4.1. Проверка эквивалентности состояний	172
4.4.2. Проверка эквивалентности регулярных языков	175
4.4.3. Минимизация ДКА	177
4.4.4. Почему минимизированный ДКА невозможно улучшить	180
4.4.5. Упражнения к разделу 4.4	182
Резюме	183
Литература	183
ГЛАВА 5. Контекстно-свободные грамматики и языки	185
5.1. Контекстно-свободные грамматики	185
5.1.1. Неформальный пример	185
5.1.2. Определение контекстно-свободных грамматик	187
5.1.3. Порождения с использованием грамматики	189

5.1.4. Левые и правые порождения	191
5.1.5. Язык, задаваемый грамматикой	193
5.1.6. Выводимые цепочки	194
5.1.7. Упражнения к разделу 5.1	195
5.2. Деревья разбора	197
5.2.1. Построение деревьев разбора	197
5.2.2. Крона дерева разбора	199
5.2.3. Вывод, порождение и деревья разбора	200
5.2.4. От выводов к деревьям разбора	201
5.2.5. От деревьев к порождениям	202
5.2.6. От порождений к рекурсивным выводам	205
5.2.7. Упражнения к разделу 5.2	207
5.3. Приложения контекстно-свободных грамматик	207
5.3.1. Синтаксические анализаторы	208
5.3.2. Генератор синтаксических анализаторов YACC	210
5.3.3. Языки описания документов	211
5.3.4. XML и определения типа документа	213
5.3.5. Упражнения к разделу 5.3	219
5.4. Неоднозначность в грамматиках и языках	220
5.4.1. Неоднозначные грамматики	220
5.4.2. Исключение неоднозначности из грамматик	222
5.4.3. Левые порождения как способ выражения неоднозначности	225
5.4.4. Существенная неоднозначность	226
5.4.5. Упражнения к разделу 5.4	228
Резюме	229
Литература	230

ГЛАВА 6. Автоматы с магазинной памятью **233**

6.1. Определение автоматов с магазинной памятью	233
6.1.1. Неформальное введение	233
6.1.2. Формальное определение автомата с магазинной памятью	235
6.1.3. Графическое представление МП-автоматов	237
6.1.4. Конфигурации МП-автомата	238
6.1.5. Упражнения к разделу 6.1	241
6.2. Языки МП-автоматов	242
6.2.1. Допустимость по заключительному состоянию	242
6.2.2. Допустимость по пустому магазину	244
6.2.3. От пустого магазина к заключительному состоянию	244
6.2.4. От заключительного состояния к пустому магазину	247
6.2.5. Упражнения к разделу 6.2	249
6.3. Эквивалентность МП-автоматов и КС-грамматик	251
6.3.1. От грамматик к МП-автоматам	251
6.3.2. От МП-автоматов к грамматикам	255
6.3.3. Упражнения к разделу 6.3	259
6.4. Детерминированные автоматы с магазинной памятью	260
6.4.1. Определение детерминированного МП-автомата	260
6.4.2. Регулярные языки и детерминированные МП-автоматы	261

6.4.3. Детерминированные МП-автоматы и КС-языки	262
6.4.4. Детерминированные МП-автоматы и неоднозначные грамматики	263
6.4.5. Упражнения к разделу 6.4	264
Резюме	265
Литература	266
ГЛАВА 7. Свойства контекстно-свободных языков	269
7.1. Нормальные формы контекстно-свободных грамматик	269
7.1.1. Удаление бесполезных символов	269
7.1.2. Вычисление порождающих и достижимых символов	271
7.1.3. Удаление ϵ -продукций	273
7.1.4. Удаление цепных продукций	276
7.1.5. Нормальная форма Хомского	280
7.1.6. Упражнения к разделу 7.1	284
7.2. Лемма о накачке для контекстно-свободных языков	287
7.2.1. Размер деревьев разбора	287
7.2.2. Утверждение леммы о накачке	288
7.2.3. Приложения леммы о накачке к КС-языкам	290
7.2.4. Упражнения к разделу 7.2	293
7.3. Свойства замкнутости контекстно-свободных языков	295
7.3.1. Подстановки	295
7.3.2. Приложения теоремы о подстановке	297
7.3.3. Обращение	298
7.3.4. Пересечение с регулярным языком	298
7.3.5. Обратный гомоморфизм	302
7.3.6. Упражнения к разделу 7.3	304
7.4. Свойства разрешимости КС-языков	306
7.4.1. Сложность взаимных преобразований КС-грамматик и МП-автоматов	306
7.4.2. Временная сложность преобразования к нормальной форме Хомского	308
7.4.3. Проверка пустоты КС-языков	309
7.4.4. Проверка принадлежности КС-языку	311
7.4.5. Обзор неразрешимых проблем КС-языков	314
7.4.6. Упражнения к разделу 7.4	315
Резюме	316
Литература	317
ГЛАВА 8. Введение в теорию машин Тьюринга	319
8.1. Задачи, не решаемые компьютерами	319
8.1.1. Программы печати "Hello, world"	320
8.1.2. Гипотетическая программа проверки приветствия мира	322
8.1.3. Сведение одной проблемы к другой	325
8.1.4. Упражнения к разделу 8.1	328
8.2. Машина Тьюринга	328
8.2.1. Поиски решения всех математических вопросов	329
8.2.2. Описание машин Тьюринга	330

8.2.3. Конфигурации машин Тьюринга	331
8.2.4. Диаграммы переходов для машин Тьюринга	334
8.2.5. Язык машины Тьюринга	337
8.2.6. Машины Тьюринга и останов	338
8.2.7. Упражнения к разделу 8.2	339
8.3. Техника программирования машин Тьюринга	340
8.3.1. Память в состоянии	340
8.3.2. Многодорожечные ленты	342
8.3.3. Подпрограммы	344
8.3.4. Упражнения к разделу 8.3	346
8.4. Расширения базовой машины Тьюринга	346
8.4.1. Многоленточные машины Тьюринга	347
8.4.2. Эквивалентность одноленточных и многоленточных машин Тьюринга	348
8.4.3. Время работы и конструкция “много лент к одной”	349
8.4.4. Недетерминированные машины Тьюринга	351
8.4.5. Упражнения к разделу 8.4	353
8.5. Машины Тьюринга с ограничениями	355
8.5.1. Машины Тьюринга с односторонними лентами	356
8.5.2. Мультистековые машины	358
8.5.3. Счетчиковые машины	361
8.5.4. Мощность счетчиковых машин	362
8.5.5. Упражнения к разделу 8.5	364
8.6. Машины Тьюринга и компьютеры	365
8.6.1. Имитация машины Тьюринга на компьютере	365
8.6.2. Имитация компьютера на машине Тьюринга	366
8.6.3. Сравнение времени работы компьютеров и машин Тьюринга	371
Резюме	374
Литература	376
ГЛАВА 9. Неразрешимость	377
9.1. Неперечислимый язык	378
9.1.1. Перечисление двоичных цепочек	378
9.1.2. Коды машин Тьюринга	379
9.1.3. Язык диагонализации	380
9.1.4. Доказательство неперечислимости L_d	381
9.1.5. Упражнения к разделу 9.1	382
9.2. Неразрешимая РП-проблема	382
9.2.1. Рекурсивные языки	383
9.2.2. Дополнения рекурсивных и РП-языков	385
9.2.3. Универсальный язык	387
9.2.4. Неразрешимость универсального языка	389
9.2.5. Упражнения к разделу 9.2	390
9.3. Неразрешимые проблемы, связанные с машинами Тьюринга	392
9.3.1. Сведения	392
9.3.2. Машины Тьюринга, допускающие пустой язык	394
9.3.3. Теорема Райса и свойства РП-языков	397

9.3.4. Проблемы, связанные с описаниями языков в виде машин Тьюринга	399
9.3.5. Упражнения к разделу 9.3	400
9.4. Проблема соответствий Поста	401
9.4.1. Определение проблемы соответствий Поста	402
9.4.2. “Модифицированная” ПСП	404
9.4.3. Завершение доказательства неразрешимости ПСП	407
9.4.4. Упражнения к разделу 9.4	412
9.5. Другие неразрешимые проблемы	413
9.5.1. Проблемы, связанные с программами	413
9.5.2. Неразрешимость проблемы неоднозначности КС-грамматик	413
9.5.3. Дополнение языка списка	416
9.5.4. Упражнения к разделу 9.5	418
9.6. Резюме	420
9.7. Литература	421

ГЛАВА 10. Труднорешаемые проблемы **423**

10.1. Классы \mathcal{P} и \mathcal{NP}	424
10.1.1. Проблемы, разрешимые за полиномиальное время	424
10.1.2. Пример: алгоритм Крускала	424
10.1.3. Недетерминированное полиномиальное время	429
10.1.4. Пример из \mathcal{NP} : проблема коммивояжера	429
10.1.5. Полиномиальные сведения	431
10.1.6. NP-полные проблемы	432
10.1.7. Упражнения к разделу 10.1	434
10.2. Первая NP-полная проблема	436
10.2.1. Проблема выполнимости	436
10.2.2. Представление экземпляров ВВП	438
10.2.3. NP-полнота проблемы ВВП	439
10.2.4. Упражнения к разделу 10.2	445
10.3. Ограниченная проблема выполнимости	445
10.3.1. Нормальные формы булевых выражений	446
10.3.2. Преобразование формул в КНФ	447
10.3.3. NP-полнота проблемы ВКНФ	450
10.3.4. NP-полнота проблемы 3-выполнимости	455
10.3.5. Упражнения к разделу 10.3	456
10.4. Еще несколько NP-полных проблем	457
10.4.1. Описание NP-полных проблем	458
10.4.2. Проблема независимого множества	458
10.4.3. Проблема узельного покрытия	462
10.4.4. Проблема ориентированного гамильтонова цикла	464
10.4.5. Неориентированные гамильтоновы циклы и ПКМ	470
10.4.6. Вывод относительно NP-полных проблем	472
10.4.7. Упражнения к разделу 10.4	473
10.5. Резюме	477
10.6. Литература	478

ГЛАВА 11. Дополнительные классы проблем	481
11.1. Дополнения языков из \mathcal{NP}	482
11.1.1. Класс языков $\text{co-}\mathcal{NP}$	482
11.1.2. \mathcal{NP} -полные проблемы и $\text{co-}\mathcal{NP}$	483
11.1.3. Упражнения к разделу 11.1	484
11.2. Проблемы, разрешимые в полиномиальном пространстве	485
11.2.1. Машины Тьюринга с полиномиальным пространством	485
11.2.2. Связь \mathcal{PS} и \mathcal{NPS} с определенными ранее классами	486
11.2.3. Детерминированное и недетерминированное полиномиальное пространство	487
11.3. Проблема, полная для \mathcal{PS}	489
11.3.1. \mathcal{PS} -полнота	490
11.3.2. Булевы формулы с кванторами	491
11.3.3. Вычисление булевых формул с кванторами	492
11.3.4. \mathcal{PS} -полнота проблемы КБФ	494
11.3.5. Упражнения к разделу 11.3	498
11.4. Классы языков, основанные на рандомизации	499
11.4.1. Быстрая сортировка — пример рандомизированного алгоритма	499
11.4.2. Вариант машины Тьюринга с использованием рандомизации	500
11.4.3. Язык рандомизированной машины Тьюринга	502
11.4.4. Класс \mathcal{RP}	504
11.4.5. Распознавание языков из \mathcal{RP}	506
11.4.6. Класс \mathcal{ZPP}	506
11.4.7. Соотношение между \mathcal{RP} и \mathcal{ZPP}	507
11.4.8. Соотношения с классами \mathcal{P} и \mathcal{NP}	509
11.5. Сложность проверки простоты	509
11.5.1. Важность проверки пустоты	510
11.5.2. Введение в модулярную арифметику	512
11.5.3. Сложность вычислений в модулярной арифметике	514
11.5.4. Рандомизированная полиномиальная проверка простоты	515
11.5.5. Недетерминированные проверки простоты	516
11.5.6. Упражнения к разделу 11.5	519
Резюме	520
Литература	521
Предметный указатель	523