

Содержание

Предисловие 10

1

Таблицы истинности, логика, доказательства 15

- 1.1. Высказывания и логические связи 15
- 1.2. Условные высказывания 23
- 1.3. Эквивалентные высказывания 27
- 1.4. Аксиоматические системы: умозаключения и доказательства 34
- 1.5. Полнота в логике высказываний 45
- 1.6. Карты Карно 50
- 1.7. Коммутационные схемы 56

2

Теория множеств 67

- 2.1. Понятие множества 67
- 2.2. Операции над множествами 71
- 2.3. Диаграммы Венна 77
- 2.4. Булевы алгебры 84
- 2.5. Отношения 90
- 2.6. Частично упорядоченные множества 103
- 2.7. Отношения эквивалентности 106

3

Логика, целые числа и доказательства 113

- 3.1. Исчисление предикатов 113
- 3.2. Основные положения теории доказательств и теории целых чисел 123
- 3.3. Математическая индукция 129
- 3.4. Делимость 139
- 3.5. Простые числа 144
- 3.6. Сравнения 149

4

Функции и матрицы 156

- 4.1. Функции 156
- 4.2. Специальные функции 161
- 4.3. Матрицы 167
- 4.4. Мощность 177
- 4.5. Мощность (продолжение) 178

5

Алгоритмы и рекурсия 184

- 5.1. Циклы и алгоритмы для матриц 184
- 5.2. Рекурсивные функции и алгоритмы 188
- 5.3. Сложность алгоритмов 201
- 5.4. Алгоритмы сортировки 205
- 5.5. Префиксная и суффиксная записи 214
- 5.6. Двоичные и шестнадцатеричные числа 219
- 5.7. Числа со знаком 231
- 5.8. Дальнейшее изучение матриц 237

6

Графы, ориентированные графы и деревья 244

- 6.1. Графы 244
- 6.2. Ориентированные графы 252
- 6.3. Деревья 259
- 6.4. Мгновенное безумие 267
- 6.5. Пути и циклы Эйлера 270
- 6.6. Матрицы инцидентности и смежности 278
- 6.7. Гиперкубы и код Грея 290

7

Теория чисел 298

- 7.1. Решето Эратосфена 298
- 7.2. Метод выделения множителей Ферма 300
- 7.3. Алгоритмы деления и алгоритм Евклида 301
- 7.4. Цепные дроби 306
- 7.5. Подходящие дроби 310

8

Комбинаторика и вероятность 316

- 8.1. Основные комбинаторные принципы 316
- 8.2. Комбинаторный принцип сложения 324
- 8.3. Перестановки и сочетания 331
- 8.4. Формирование перестановок и сочетаний 343
- 8.5. Введение вероятности 347
- 8.6. Обобщенные перестановки и сочетания 354
- 8.7. Перестановки и сочетания с повторением 359
- 8.8. Принцип клеток 363
- 8.9. Снова о вероятности 369
- 8.10. Теорема Байеса 384
- 8.11. Цепи Маркова 386

9

Алгебраические структуры 392

- 9.1. Вновь о частично упорядоченных множествах 392
- 9.2. Полугруппы и полурешетки 397
- 9.3. Решетки 403
- 9.4. Группы 409
- 9.5. Группы и гомоморфизмы 415

10

Некоторые специальные вопросы теории чисел 422

- 10.1. Целочисленные решения линейных уравнений 422
- 10.2. Решения сравнений 424
- 10.3. Китайская теорема об остатках 428
- 10.4. Свойства функции ϕ 433
- 10.5. Порядок целого числа 439

11

Некоторые специальные вопросы теории рекурсии 448

- 11.1. Однородные линейные рекуррентные отношения 448
- 11.2. Неоднородные линейные рекуррентные отношения 460
- 11.3. Конечные разности 469
- 11.4. Факториальные многочлены 473
- 11.5. Суммирование разностей 483

12	Снова о комбинаторных подсчетах	489
	12.1. Задачи о размещении	489
	12.2. Числа Каталана	495
	12.3. Общее включение-исключение и разупорядочения	502
	12.4. Ладейные полиномы и запрещенные позиции	509
13	Производящие функции	523
	13.1. Определение производящей функции	523
	13.2. Производящие функции и рекуррентные отношения	525
	13.3. Производящие функции и комбинаторные подсчеты	535
	13.4. Разбиения	542
	13.5. Экспоненциальные производящие функции	549
14	Некоторые специальные вопросы теории графов	556
	14.1. Алгебраические свойства графов	556
	14.2. Планарные графы	580
	14.3. Раскраска графов	586
	14.4. Пути и циклы Гамильтона	600
	14.5. Взвешенные графы и алгоритмы поиска кратчайшего пути	611
15	Деревья	624
	15.1. Свойства деревьев	624
	15.2. Бинарные деревья поиска	631
	15.3. Взвешенные деревья	638
	15.4. Обход бинарных деревьев	649
	15.5. Остовные деревья	658
	15.6. Минимальные остовные деревья	682
16	Сети	691
	16.1. Сети и потоки	691
	16.2. Паросочетание	707
	16.3. Сети Петри	716

17	Теория вычислений	725
	17.1. Регулярные языки	725
	17.2. Автоматы	731
	17.3. Грамматики	741
18	Теория кодов	753
	18.1. Введение	753
	18.2. Порождающие матрицы	757
	18.3. Коды Хемминга	767
19	Перечисление цветов	775
	19.1. Теорема Бернсайда	775
	19.2. Теорема Пойа	781
20	Кольца, области целостности и поля	788
	20.1. Кольца и области целостности	788
	20.2. Области целостности	797
	20.3. Полиномы	801
	20.4. Алгебры и полиномы	808
21	Характеры групп и полугрупп	819
	21.1. Комплексные числа	819
	21.2. Характеры групп	820
	21.3. Характеры полугрупп	825
22	Приложения теории чисел	829
	22.1. Приложение: поиск по образу	829
	22.2. Приложение: функции хеширования	837
	22.3. Приложение: криптография	843
	Литература	850
	Ответы к упражнениям	856
	Предметно-именной указатель	942
	Список обозначений	954